

**Teoria dell'informazione**  
a.a. 2007/08  
**Compito del 21/1/2008**

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_ E-mail: \_\_\_\_\_

**Parte I**

1. Qual è la relazione tra  $H(X)$ ,  $H(Y|X)$  e  $H(X,Y)$ ? (Giustificare tecnicamente la risposta.)
2. Si stabilisca quali dei seguenti codici binari non potrebbe in nessun caso essere generato dall'algoritmo di Huffman:
  - a) { 0, 10, 11 }
  - b) { 00, 01, 10, 110 }
  - c) { 01, 10 }
  - d) { 0, 01, 110, 111 }
3. Si costruisca un codice di Shannon-Fano binario per la seguente variabile aleatoria  $X$ :

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \\ 0.22 & 0.02 & 0.20 & 0.18 & 0.05 & 0.08 & 0.15 & 0.10 \end{pmatrix}.$$

Si stabilisca se la lunghezza media del codice ottenuto coincide con l'entropia di  $X$  (in base 2) *senza calcolare né l'una né l'altra*.

4. Si enuncino la regola di decodifica dell'osservatore ideale e quella della massima verosimiglianza. In quale caso le due regole coincidono?

**Parte II**

1. Si enunci il teorema di Sardinas-Patterson e si stabilisca se i seguenti codici sono univocamente decodificabili o meno:

$$C_1 = \{ 10, 010, 1, 1110 \}$$

$$C_2 = \{ 0, 001, 101, 11 \}$$

$$C_3 = \{ 0, 2, 03, 011, 104, 341, 11234 \}$$

2. Si enunci e si dimostri la diseguaglianza di MacMillan.
3. Sia  $C$  il canale ottenuto ponendo "in cascata" due canali  $C_1$  e  $C_2$ .
  - a. Si esprima la matrice di canale di  $C$  per mezzo di quelle di  $C_1$  e  $C_2$ ;
  - b. Si dimostri che la capacità di  $C$  non può superare quella di  $C_1$  (e neanche quella di  $C_2$ );
  - c. Si calcoli la capacità del canale ottenuto ponendo in cascata due BSC.