

Teoria dell'informazione
a.a. 2002/03
Compito del 15/7/2003

Cognome: _____ Nome: _____

Matricola: _____ E-mail: _____

Parte I

1. Qual è la relazione tra $H(X)$, $H(Y|X)$ e $H(X,Y)$? Giustificare la risposta.
2. Si costruisca un codice quaternario ottimale per la seguente variabile aleatoria X :

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \\ 0.22 & 0.02 & 0.20 & 0.18 & 0.05 & 0.08 & 0.15 & 0.10 \end{pmatrix}$$

Si confronti inoltre la lunghezza del codice ottenuto con l'entropia di X (in base 4).

3. Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa: "Sia C un codice di sorgente binario con lunghezze di parola l_1, \dots, l_n . Se

$$\sum_i 2^{-l_i} \leq 1$$

allora C è istantaneo." Nel primo caso si fornisca una dimostrazione, nel secondo un controesempio.

4. Si dia la definizione di sequenza tipica e si enunci il teorema dell'equipartizione asintotica (AEP).
5. Si consideri un canale BSC con probabilità di errore pari a $p=0.1$. Supponendo che la sorgente che lo alimenta generi un simbolo ogni secondo, è possibile trasmettere su questo canale informazione affidabile ad una velocità di 1 bit/sec? Giustificare la risposta.

Parte II

1. Sia X una variabile aleatoria discreta e sia C un codice ottimale D -ario per X univocamente decodificabile. Si dimostri che

$$H_D(X) \leq L(C) < H_D(X) + 1.$$

In quale caso $H_D(X) = L(C)$?

2. Si enunci e si dimostri la disuguaglianza di Fano.
3. Si costruisca un canale ponendo in cascata due BSC con probabilità di errore p_1 e p_2 , rispettivamente. Si determini la sua matrice di canale e se ne calcoli la capacità.