

Teoria dell'informazione
a.a. 2008/09
Compito del 15/6/2009

Cognome: _____ Nome: _____

Matricola: _____ E-mail: _____

Parte I

1. Si enunci e si dimostri la regola della catena generalizzata.
2. Si costruisca un codice ottimale binario per la seguente variabile aleatoria X :

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \\ 0.22 & 0.02 & 0.20 & 0.18 & 0.05 & 0.08 & 0.15 & 0.10 \end{pmatrix}.$$

Si stabilisca se la lunghezza media del codice ottenuto coincide con l'entropia di X (in base 2) *senza calcolare né l'una né l'altra*.

3. Si stabilisca se il seguente codice è univocamente decodificabili o meno:

$$C = \{ 0, 2, 03, 011, 104, 341, 11234 \}.$$

4. Si enuncino la regola di decodifica dell'osservatore ideale e quella della massima verosimiglianza. In quale caso le due regole coincidono?

Parte II

1. Sia X una variabile aleatoria discreta e sia C un codice ottimale D -ario per X univocamente decodificabile. Si dimostri che:

$$H_D(X) \leq L(C) < H_D(X) + 1.$$

In quale caso $H_D(X) = L(C)$?

2. Si enunci e si dimostri la disuguaglianza di MacMillan.
3. Sia C il canale ottenuto ponendo "in cascata" due canali C_1 e C_2 .
 - a. Si esprima la matrice di canale di C per mezzo di quelle di C_1 e C_2 ;
 - b. Si dimostri che la capacità di C non può superare quella di C_1 (e neanche quella di C_2);
 - c. Si calcoli la capacità del canale ottenuto ponendo in cascata due canali Z .