

# Teoria dell'Informazione

a.a. 2000/2001

Compito del 2/2/2001

Cognome:

Nome:

E-mail:

## Parte I

1. Qual è la relazione tra  $I(X; X)$  e  $H(X)$ ? Giustificare la risposta.
2. Si enunci il teorema di unicità della funzione entropia.
3. Costruire un codice ottimale binario per la seguente distribuzione di probabilità: 0.01, 0.09, 0.2, 0.3, 0.4.
4. Si vuole costruire un codice  $D$ -ario univocamente decodificabile avente lunghezze di parola pari a: 1, 1, 2, 3, 2, 3. Utilizzando il teorema di McMillan (e nessun altro argomento) si determini il più piccolo valore di  $D$  per il quale ciò sia possibile.
5. Si dia la definizione di catena di Markov irriducibile.

## Parte II

1. Si dimostri che se  $C$  è un codice ottimale  $D$ -ario per una variabile aleatoria  $X$ , allora:

$$H_D(X) \leq L(C) < H_D(X) + 1$$

dove  $L(C)$  è la lunghezza media di  $C$ . In quale caso si ha  $H_D(X) = L(C)$ ? Giustificare la risposta.

2. Si enunci e si dimostri la parte inversa del secondo teorema di Shannon.
3. Un canale discreto senza memoria è alimentato da una sorgente binaria  $X \in \{0, 1\}$  e produce in uscita  $Y = X + Z$ , dove  $Z$  è una variabile aleatoria indipendente da  $X$ , a valori nell'insieme  $\{0, a\}$  e con distribuzione di probabilità uniforme:  $P\{Z = 0\} = P\{Z = a\} = \frac{1}{2}$ . Si calcoli la capacità di questo canale.  
Si noti che l'alfabeto di uscita del canale e la sua capacità dipendono dal valore di  $a$ .