



# Pitagora e la sua scuola

« Pitagora è uno degli uomini più interessanti e sconcertanti della storia. »  
(Bertand Russell, *Storia della filosofia occidentale*, 1945)

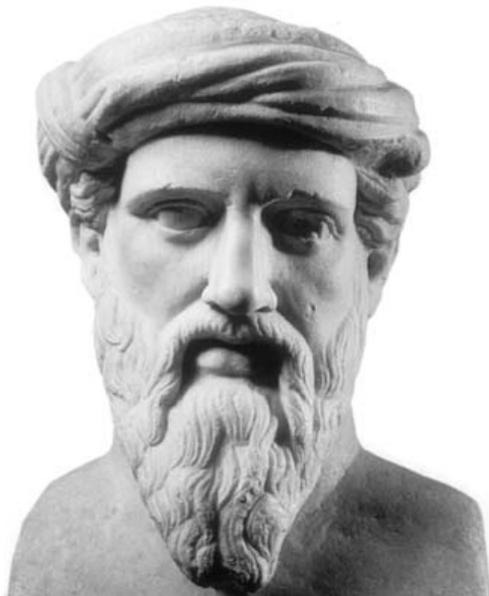


# Pitagora

(Samo, 562 a.C. – Metaponto, 494 a.C. circa)

« Per primo Pitagora usò il termine filosofia e per primo si chiamò filosofo; nessuno è infatti sapiente, eccetto la divinità. »

Diogene Laerzio, *Vite dei filosofi* I, 12



« Pitagora di Samo, andato in Egitto e fattosi loro discepolo, portò in Grecia per primo lo studio di ogni genere di filosofia. »

Isocrate II, 28



## L'insegnamento

Quanto all'oggetto del suo insegnamento, i più dicono che egli apprese le cosiddette scienze matematiche dagli Egizi, dai Caldei e dai Fenici; ché già nei tempi più antichi gli Egizi si dedicarono allo studio della geometria, i Fenici allo studio dell'aritmetica e della logistica, i Caldei all'osservazione degli astri.

Porfirio, *Vita Pythagorae* 6

Pitagora esponeva i suoi insegnamenti a chi lo frequentava o distesamente o per simboli. Ché il suo insegnamento era di due modi: e quelli che lo frequentavano si distinguevano in **Matematici** e **Acusmatici**. Matematici erano quelli che conoscevano la parte più importante e più approfondita della sua dottrina, acusmatici quelli cui erano insegnate solo le regole sommarie senza accurate spiegazioni.

Porfirio, *Vita Pythagorae* 36

La filosofia degli acusmatici consiste in precetti: questi sono impartiti senza che sia mostrato il perché, e detta la ragione per cui si deve agire in un determinato modo. Gli acusmatici si sforzano anche di custodire tutti gli altri suoi detti, e considerano le sue parole opinioni divine, e di loro proprio non dicono niente e credono che niente si debba dire; anzi giudicano massimamente sapienti quelli che conoscono più precetti e insegnamenti.

Giamblico, *De vita pythagorica* 82



## La scuola

Facevano da soli la loro passeggiata mattutina in luoghi dove regnavano solitudine e adeguata tranquillità. Dopo la passeggiata mattutina si riunivano preferibilmente nei templi, e impiegavano questo tempo nell'insegnamento, nell'apprendimento e nell'emendazione del carattere. Dopo tale occupazione si volgevano alla cura del fisico. A pranzo mangiavano pane con miele o un favo; per tutta la giornata non bevevano vino. Dedicavano tutto il pomeriggio agli affari della pubblica amministrazione, alla politica estera, ai rapporti con gli stranieri.

Nel tardo pomeriggio tornavano di nuovo a passeggiare in gruppi di due o di tre, per richiamare alla memoria le cognizioni apprese e per esercitarsi negli studi liberali. Dopo il passeggio prendevano il bagno e andavano al banchetto comune. Al banchetto seguivano le libagioni e infine la lettura. Era consuetudine che leggesse il più giovane, e che il più anziano stabilisse quello che si doveva leggere, e come.

Giamblico, *De vita pythagorica* 96-98

Non erano meno di seicento quelli che andavano ad ascoltarlo di notte: e chi era ammesso a vederlo, scriveva ai familiari di aver ottenuto una concessione straordinaria. I Metapontini chiamavano la sua casa Tempio di Demetra, e Museo il vicolo, come racconta Favorino.

Diogene Laerzio, *Vitae philosophorum* VIII, 15



## Il mito

Pitagora di Mnesarco dapprima si dedicò alla matematica e ai numeri, poi si dette a fare miracoli, come aveva fatto Ferecide. Un giorno a Metaponto, mentre una nave stava per entrare in porto, [...] Pitagora apparve e disse: "Questa nave vi porterà un morto". Un'altra volta a Caulonia, racconta Aristotele, preannunciò l'arrivo dell'orsa bianca. E il medesimo Aristotele scrive di lui molte altre cose: tra le altre questa, che rispondendo con un morso al morso d'un serpente mortale, lo uccise. E che predisse la sedizione contro i Pitagorici.

Una volta anche apparve, nello stesso giorno e alla stessa ora, in Crotone e in Metaponto. Aristotele racconta anche che una volta, in un teatro, si alzò e mostrò agli spettatori che la sua coscia era d'oro.

*Apollonio, Mirabilia 6*

Pitagora insegnava agli uomini che era nato da semi migliori di quelli dai quali nascono i mortali; raccontano infatti che fu visto in Metaponto e in Crotone nello stesso giorno e nella stessa ora. E in Olimpia mostrò che aveva una coscia d'oro. E ricordò che Millia di Crotone era un tempo Mida di Gordia, frigio; e accarezzò l'aquila bianca che non fuggì davanti a lui.

*Eliano, Varia historia IV, 17*

Aristotele racconta che tra i maggiori segreti custoditi dai Pitagorici è questa distinzione: gli esseri viventi dotati di ragione si distinguono in dèi, uomini, ed esseri come Pitagora.

*Giamblico, De vita pythagorica 31*



## Il segreto

Quello ch'egli diceva ai suoi compagni, nessuno può dire con certezza, perché serbavano su questo un grande segreto. Ma le sue opinioni più conosciute sono queste. Diceva che l'anima è immortale, poi ch'essa passa in esseri animati d'altra specie, poi che quello che è stato si ripete a intervalli regolari, e che nulla c'è che sia veramente nuovo, infine che bisogna considerare come appartenenti allo stesso genere tutti gli esseri animati.

Porfirio, *Vita Pythagorae* 18.

Fino a Filolao non fu possibile conoscere il pensiero di Pitagora; fu Filolao che divulgò i tre famosi libri, che Platone si fece comprare al prezzo di cento mine.

Diogene Laerzio, *Vitae philosophorum* VIII, 15



## “Tutto è numero”

« I cosiddetti pitagorici avendo cominciato ad occuparsi di ricerche matematiche ed essendo grandemente progrediti in esse, furono condotti da questi loro studi ad assumere come principi di tutte le cose esistenti quelli di cui fanno uso le scienze matematiche.

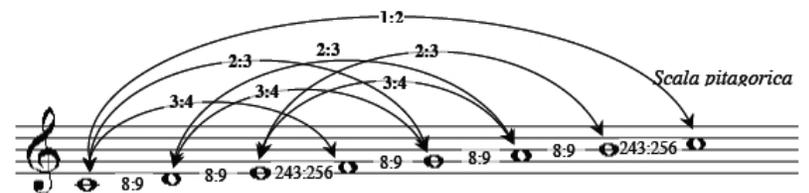
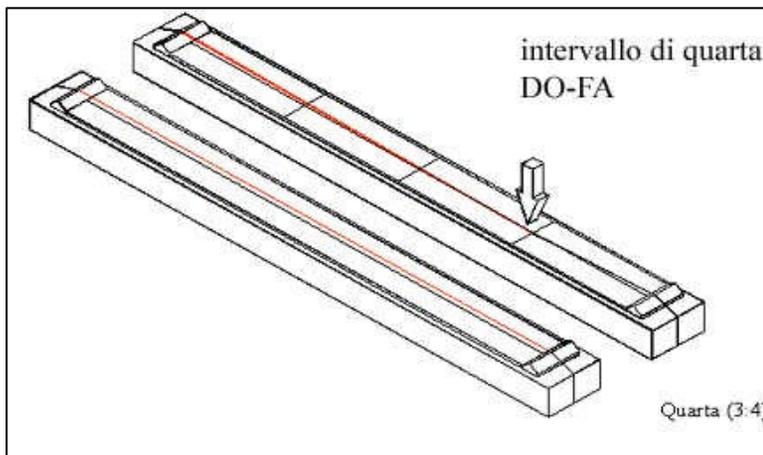
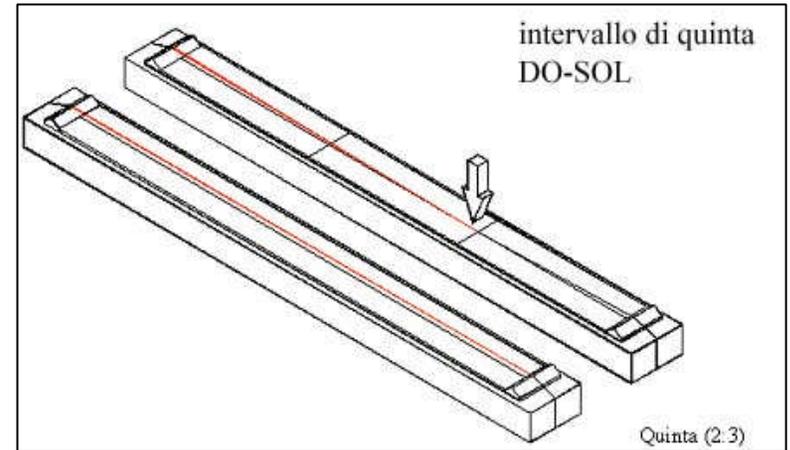
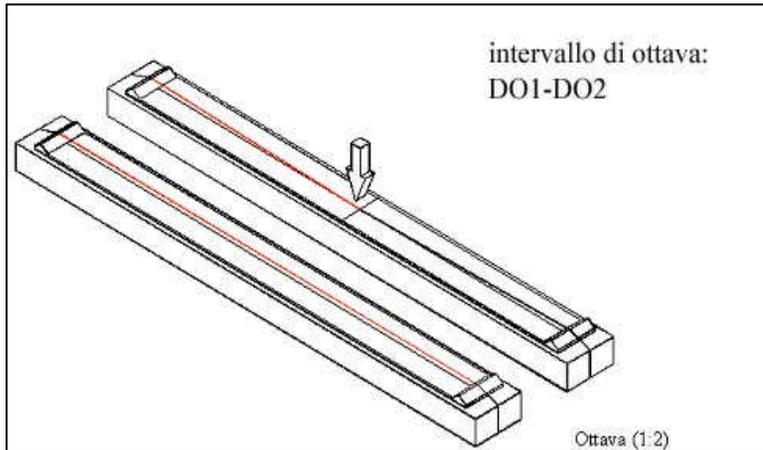
E poiché i primi che qui s’incontrano sono, per natura i numeri, sembrò loro di ravvisare in questi, molte più analogie con ciò che esiste e avviene nel mondo, di quante se ne possono trovare nel fuoco, nella terra e nell’acqua [...]

Avendo poi riconosciuto che le proprietà e le relazioni delle armonie musicali corrispondono a rapporti numerici, e che in altri fenomeni naturali si riscontrano analoghe corrispondenze coi numeri furono tanto più indotti ad ammettere che i numeri siano gli elementi di tutte le cose esistenti e che tutto il cielo sia proporzione ed armonia. »

Aristotele  
*Metafisica, I, 5*



# Numeri e armonia



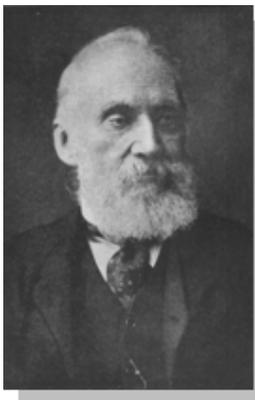


## Il mondo è matematico?

« La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto. »



Galileo Galilei, *Il saggiatore* (1623)



« Quando non possiamo esprimerla con i numeri, la nostra conoscenza è povera e insoddisfacente. »

William Thomson, Lord Kelvin (1824–1907)



## Le modadi

« Quando i primi Pitagorici dicevano che tutti gli oggetti sono composti da numeri (interi) o che i numeri sono l'essenza dell'universo, essi intendevano ciò in senso letterale, perché per loro i numeri erano quello che per noi sono gli atomi.

Si ritiene anche che i Pitagorici del VI e del V secolo non distinguessero in realtà i numeri dai punti geometrici.



Geometricamente, quindi un numero era un punto esteso o una sfera molto piccola. »

Morris Kline  
*Storia del pensiero matematico (1972)*



# Numeri figurati e misticismo

•

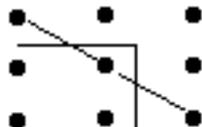
1 (numero uno, monade,  
origine del principio di identità)



3 (numero 3, triade, dato da  $1 + 2$ ,  
primo numero dispari e 'triangolare')



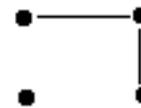
5 (numero 5, dato da  $1 + 4$ ,  
numero 'pentagonale', come  
 $12 = 5 + 7$  e  $22 = 12 + 10$ )



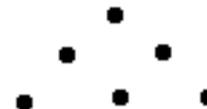
9 (numero 9, dato da  $4 + 5$ ,  
numero 'quadrato')

• — •

2 (numero due, diade, origine del  
principio di contraddizione)



4 (numero 4, dato da  $1 + 3$ ,  
numero 'quadrato')



6 (numero 6, dato da  $1 + 2 + 3$ ,  
numero 'triangolare')



10 (numero 10, dato da  $1+2+3+4$ ,  
numero 'triangolare', detto anche  
Tetraktys, simbolo esoterico delle  
sette pitagoriche mistiche, considerato  
la chiave di tutte le cose)



# Proprietà dei numeri

I Pitagorici erano soliti rappresentare i numeri mediante punti sulla sabbia o mediante ciottoli. Essi classificavano i numeri a seconda delle forme che si ottenevano disponendo nei vari modi i punti o i ciottoli. Così, i numeri 1, 3, 6, e 10 erano detti triangolari perché i corrispondenti punti potevano essere disposti a triangolo...

I numeri 1, 4, 9, 16 venivano chiamati numeri quadrati perché intesi come punti potevano essere disposti in un quadrato... Dalle disposizioni geometriche alcune proprietà dei numeri interi risultavano evidenti. L' introduzione di un taglio, come in figura 1, mostra che la somma di due numeri triangolari consecutivi è un numero quadrato...

Per passare da un numero quadrato al successivo i Pitagorici usavano lo schema mostrato nella figura 2. I punti situati a destra e al di sotto delle linee della figura formavano quello che essi chiamavano uno **gnomone**.

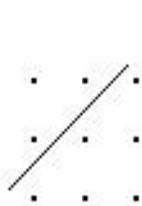


Figura 1.

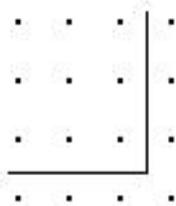


Figura 2.

In simboli, quello che essi vedevano qui è che

$$n^2 + (2n + 1) = (n + 1)^2.$$

Inoltre, se partiamo con 1 e vi aggiungiamo lo gnomone 3 e poi lo gnomone 5, e così via, quello che otteniamo, nel nostro simbolismo, è

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$



## Le medie

Pitagora doveva conoscere: la media *aritmetica*, la media *geometrica*, la media *subcontraria* (successivamente detta *armonica* o *musicale*).

I Pitagorici svilupparono altre 7 medie.

$$1) \frac{b-a}{c-b} = \frac{a}{a}$$

$$2) \frac{b-a}{c-b} = \frac{a}{b}$$

$$3) \frac{b-a}{c-b} = \frac{a}{c}$$

$$4) \frac{b-a}{c-b} = \frac{c}{a}$$

$$5) \frac{b-a}{c-b} = \frac{b}{a}$$

$$6) \frac{b-a}{c-b} = \frac{c}{b}$$

$$7) \frac{c-a}{b-a} = \frac{c}{a}$$

$$8) \frac{c-a}{c-b} = \frac{c}{a}$$

$$9) \frac{c-a}{b-a} = \frac{b}{a}$$

$$10) \frac{c-a}{c-b} = \frac{b}{a}$$



## La geometria pitagorica

Il Peripatetico EUDEMO ascrive ai Pitagorici la scoperta di questo teorema, che gli angoli interni d'un triangolo sono eguali a due retti, ed asserisce che essi dimostravano questo teorema come segue: Sia (fig. 8)  $AB\Gamma$  un triangolo; per  $A$  si conduce  $\Delta E$  parallela a  $B\Gamma$ . Ora siccome  $B\Gamma$  e  $\Delta E$  sono parallele così gli angoli alterni interni sono fra loro eguali;  $\Delta AB$  eguale a  $AB\Gamma$  e  $E A\Gamma$  a  $A\Gamma B$ . Si aggiunga l'angolo comune  $B A\Gamma$ . Saranno allora gli angoli  $\Delta AB$ ,  $B A\Gamma$ ,  $\Gamma A E$ , cioè  $\Delta AB$  e  $B A E$ , cioè due retti. I tre angoli di qualunque triangolo sono dunque eguali a due retti. Questo modo di dimostrazione appartiene ai Pitagorici (1).

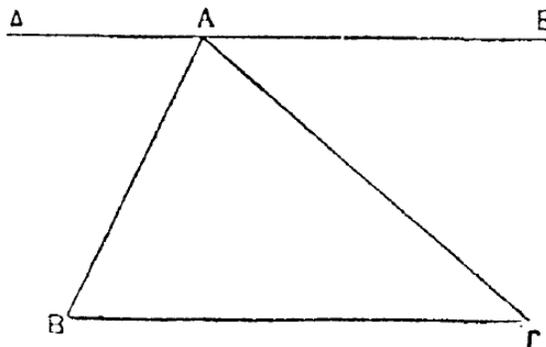


Fig. 8.



# Il "teorema di Pitagora"

## PROPOSIT. XLVII.

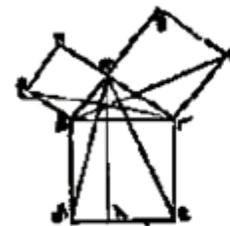
### Theorema.

**Ε**Ν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις: τὸ ἀπὸ τῆς πλὴν ὀρθῆς γωνίας ὑποτενύσεως πλευρᾶς τετραγώνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν πλὴν ὀρθῆς γωνίας περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

In triangulis rectangulis: quadratum lateris angulum rectum subtendentis, est æquale quadratis laterum, rectum angulum continentium.

ἢ ἐκθεσις.

Sic triangulus rectangulus  $αβ\bar{\gamma}$ , habens an-

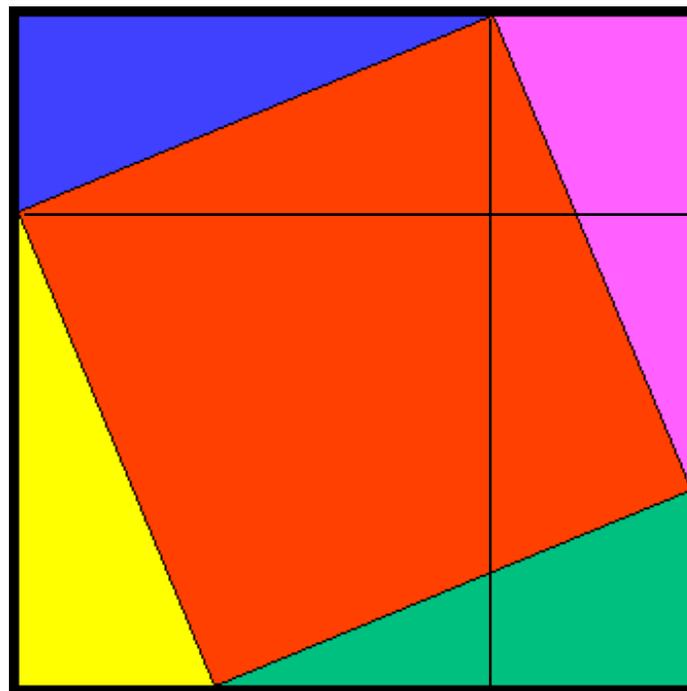


gulum  $βα\bar{\gamma}$  rectum, ἢ διορισμὸς. Dico quod quadratum lateris  $β\bar{\gamma}$ , est æquale quadratis laterum  $βα$ ,  $α\bar{\gamma}$ . ἢ ἐκθεσις. Describatur à linea  $β\bar{\gamma}$ , quadratum  $βδ\bar{\gamma}$ . Item à linea  $βα$  quadratum  $βα\bar{\delta}$ . Præterea à linea  $α\bar{\gamma}$  quadratum  $\bar{\gamma}δ\bar{\epsilon}$ . Ducatur per punctum  $\bar{\alpha}$ , alterutri linearum  $β\bar{\delta}$ ,  $\bar{\gamma}\bar{\epsilon}$ , æquedistans rectæ lineæ  $\bar{\alpha}\lambda$ . Ducantur duæ lineæ rectæ  $\bar{\alpha}δ$ ,  $\bar{\gamma}\bar{\epsilon}$ .

La proposizione I.47 dall'edizione degli *Elementi* di Euclide del 1566.

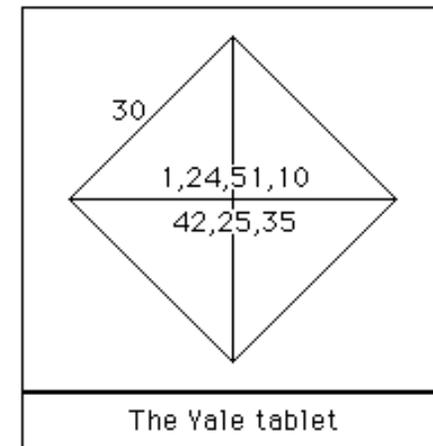
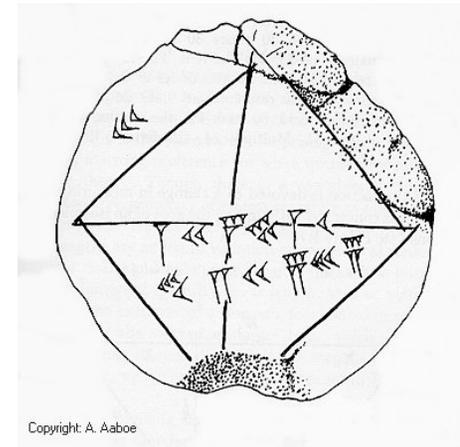


# "Dimostrazione"





# Anticipazioni babilonesi: la tavoletta di Yale YBC 7289 (1800-1600 a.C.)





## Calcolo "babilonese" della radice quadrata

- 1) Guess a number for the square root
- 2) Divide the number by the guess
- 3) Average the original guess and the new guess
- 4) Make this average value your new "guess" and
- 5) Go back to step 2....

In notazione moderna, per calcolare  $\sqrt{a}$ :

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{a}{x_n} \right), \text{ for } n = 0, 1, 2, \dots$$



## La scoperta degli irrazionali

« Dicono che colui che per primo divulgò la natura della commensurabilità e dell'incommensurabilità a uomini che non meritavano d'essere messi a parte di queste conoscenze, venne in tal odio agli altri Pitagorici, che questi non solo lo cacciarono dalla comunità, ma anche gli costruirono un sepolcro come se fosse morto, lui che una volta era stato loro amico. »



*Giamblico, De vita pythagorica 246-247*



## Dimostrazione

Il ragionamento compiuto da Pitagora si ricostruisce da Aristotele (*Analityca priora* 41a, 26-7) e da uno scolio al X libro di Euclide.

Dato un quadrato ABCD supponiamo che la diagonale AC ed il lato AB siano commensurabili. Ne segue che la sottomultipla comune ai due segmenti AC e BC entrerà  $m$  volte in AC ed  $n$  volte in AB, dove  $m$  e  $n$  devono prendersi primi fra loro riducendoli ai minimi termini:  $AC / AB = m / n$ .

Essendo  $AB = BC$ , si ha:

$$AC^2 = 2AB^2$$

$$m^2 = 2n^2$$

Si deduce che  $m^2$  è pari, da cui anche  $m$  è pari ( $m=2p$ ). Si avrà:

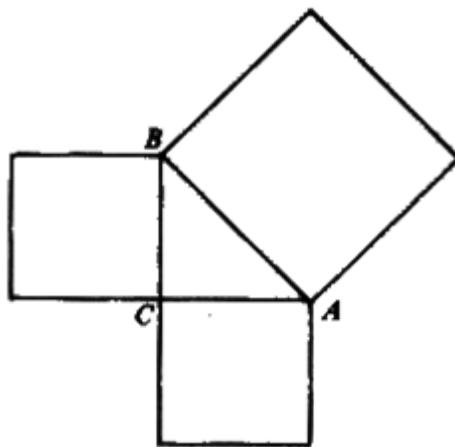
$$m^2 = 2n^2$$

$$4p^2 = 2n^2$$

$$2p^2 = n^2$$

Risulta che  $n^2$ , e quindi  $n$ , è pari.

Ma  $m$  ed  $n$  essendo primi tra loro non possono essere entrambi pari. Assurdo.

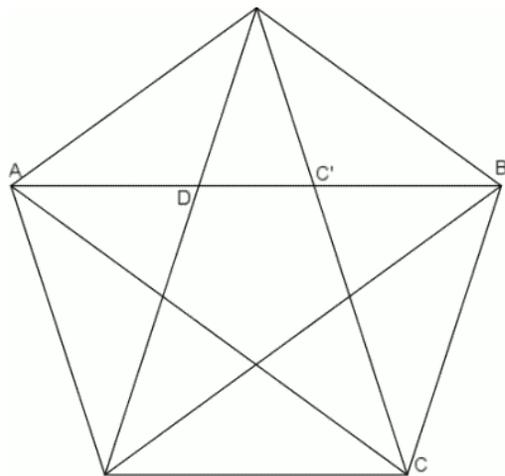




## La sezione aurea

« La geometria ha due grandi tesori: uno è il teorema di Pitagora; l'altro è la divisione di una linea in media ed estrema ragione. Possiamo paragonare il primo a una misura d'oro, e chiamare il secondo un prezioso gioiello. »

Johannes Kepler (1571-1630)



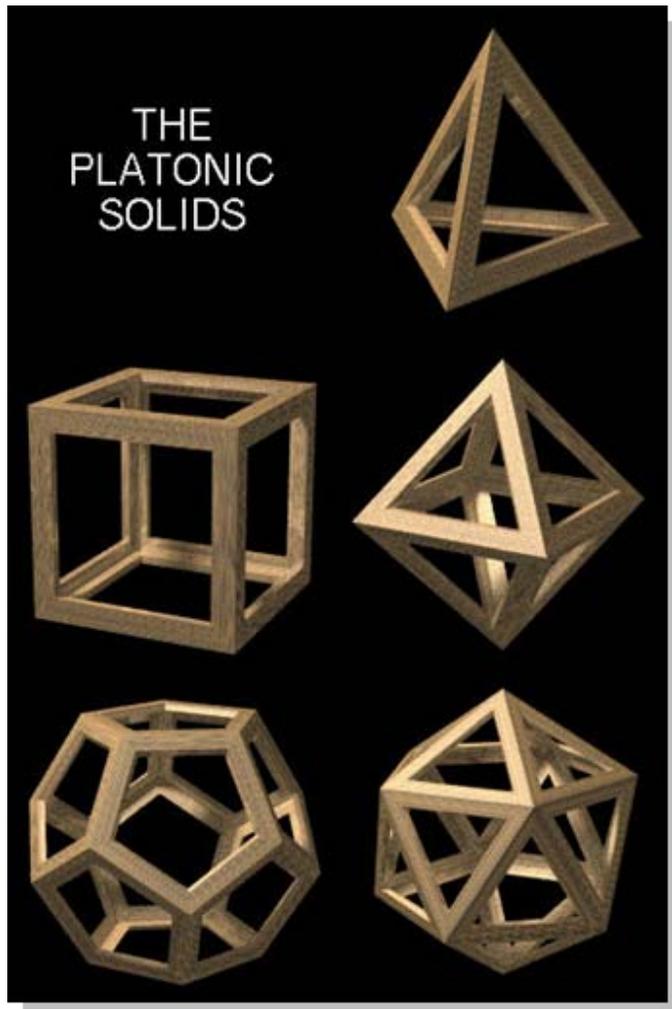
Un segmento  $AB$  è diviso **in media e estrema ragione** dal punto  $C$  se il segmento  $AC$  ha con  $AB$  lo stesso rapporto che  $CB$  ha con esso:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AB}{AC}$$





## I solidi "platonici"



« Fin dall'antichità alcune forme di cristallizzazione avevano attirato l'attenzione degli studiosi; il cloruro di sodio (sale da cucina) cristallizza in forme "cubiche"; altri sali di ferro o di zolfo hanno forme cristalline più complesse, ma nitide; da queste osservazioni, i "pitagorici" prima e la "scuola platonica" poi, hanno classificato i poliedri secondo cinque forme fondamentali: tetraedro, cubo, ottaedro, icosaedro e dodecaedro. »

Federigo Enriques e Ugo Amaldi  
*Elementi di Geometria*



## Dal microcosmo...

« che fuoco e terra e acqua e aria siano corpi è  
chiaro a ognuno

[...]

ora bisogna dire quali siano i quattro bellissimi  
corpi dissimili tra loro, dei quali alcuni sono  
capaci, dissolvendosi, di generarsi  
reciprocamente. e se lo scopriamo abbiamo la  
verità intorno all'origine della terra e del fuoco,  
e dei corpi che secondo proporzione stanno in  
mezzo. **Perché non accorderemo a nessuno che  
vi siano corpi visibili più belli di questi, che  
formano ciascuno un genere a sé.** Convien  
dunque di comporre queste quattro specie di  
corpi insigni per bellezza e allora diremo d'aver  
compreso sufficientemente la loro natura. »



Platone  
*Timeo*, 53

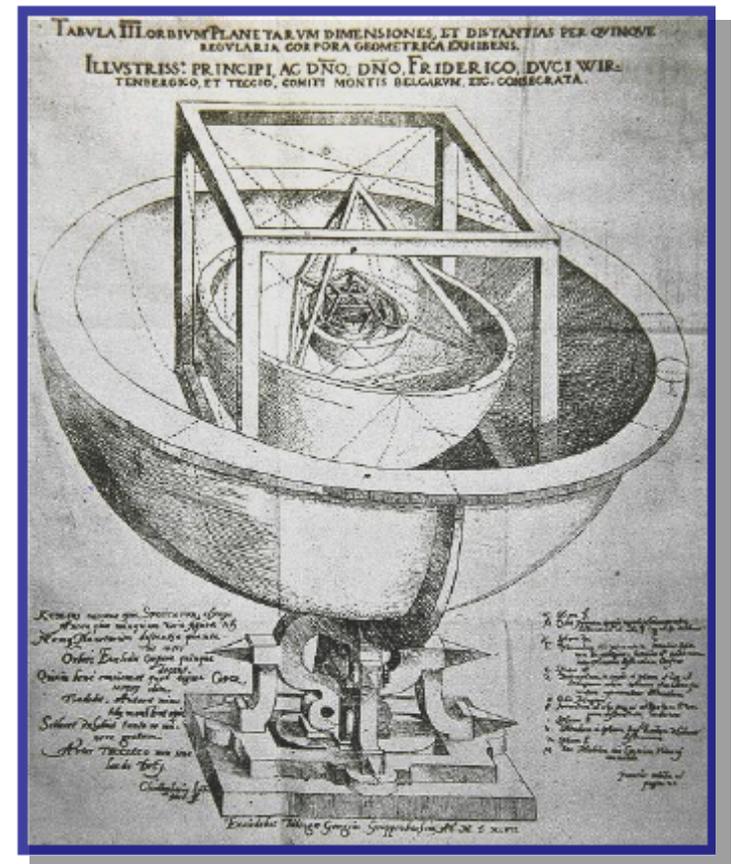


## ... al macrocosmo

« La sfera della Terra è la misura di tutte le altre orbite. Le si circoscrive un dodecaedro. La sfera che lo circonda sarà quella di Marte. Si circoscrive un tetraedro attorno a Marte. La sfera che lo circonda sarà quella di Giove. Si circoscrive un cubo a Giove. La sfera che lo circonda sarà quella di Saturno. Ora si inscrive un icosaedro nell'orbita della Terra. La sfera inscritta sarà quella di Venere. Si inscrive un ottaedro dentro Venere. La sfera inscritta sarà quella di Mercurio. Ecco la base del numero dei pianeti. »

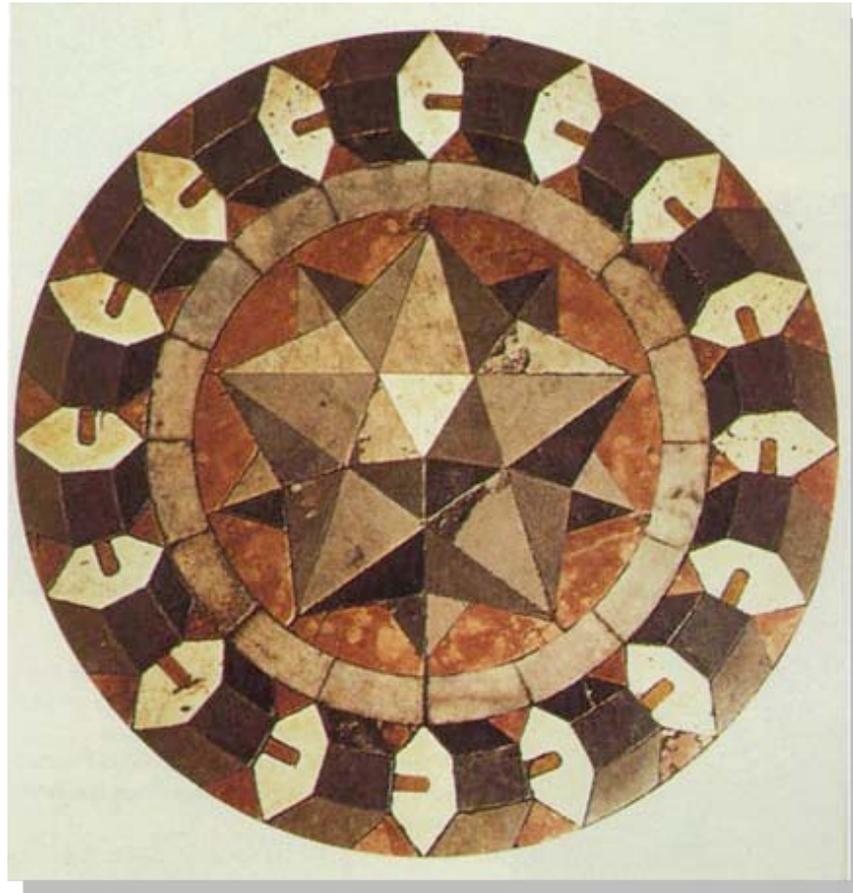
Johannes Kepler

*Mysterium cosmographicum* (1597)





## Paolo Uccello (1397-1475)



Basilica di San Marco, Venezia



## Il *De quinque corporibus regularibus* e il plagio di Pacioli



Piero della Francesca (c.1419/21-92), *Pala d'altare di Brera*, 1472-74 (tempera su tavola)



## L'illustratore illustre...

« [...] il più accreditato pittore in prospettiva, architetto, musicista e uomo di tutte vertu doctato, Leonardo da Vinci, dedusse ed elaborò una serie di diagrammi di solidi regolari »

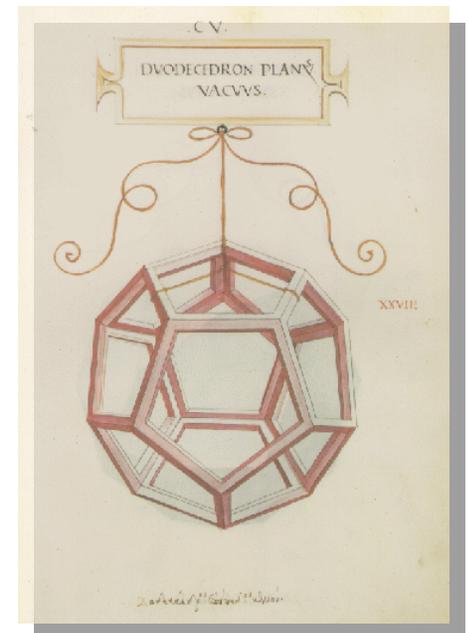
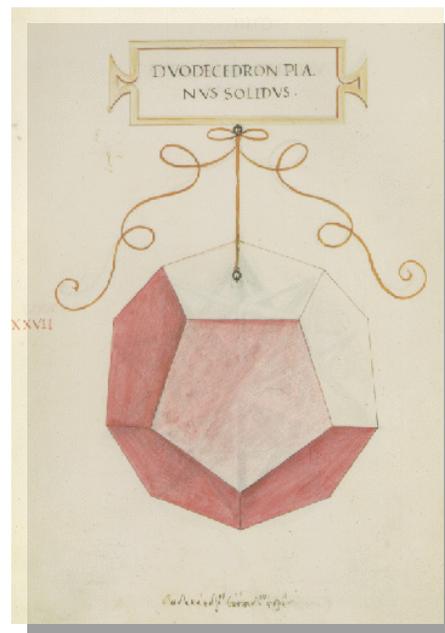
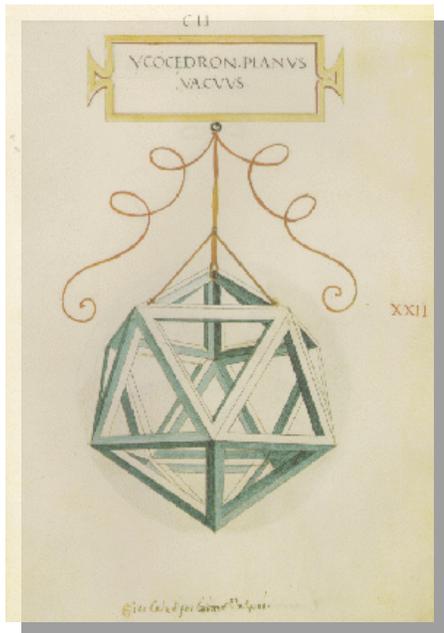
Luca Pacioli

*De divina proportione* (Venezia, 1509)



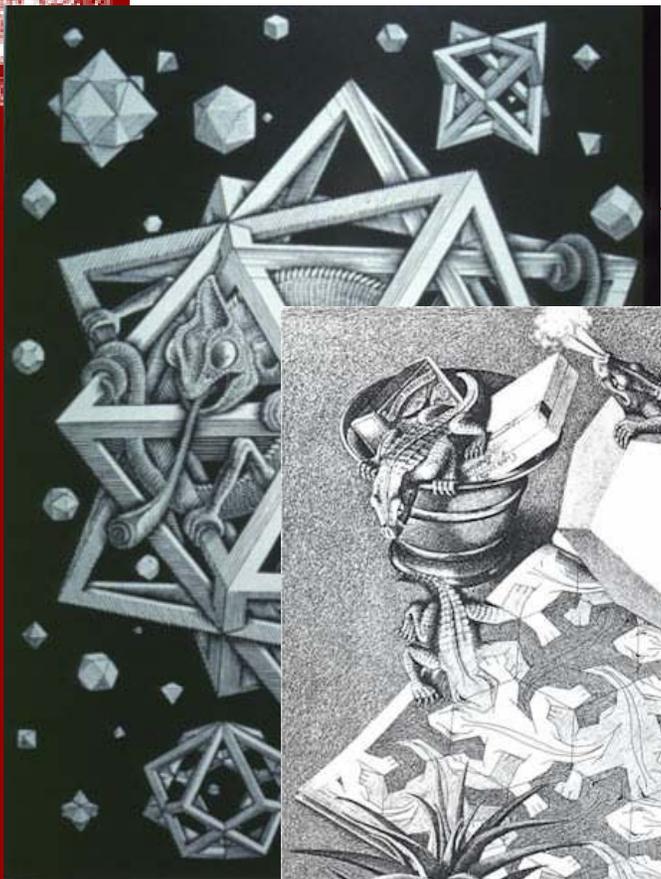


# ...Leonardo da Vinci!





# Escher





# Dalì





# Cosmologia

Per i più la Terra è nel centro. Il contrario affermano gli Italici, detti Pitagorici. **Essi dicono che nel centro è il fuoco, che la Terra è un astro e che essa, ruotando intorno alla parte centrale, dà origine al giorno e alla notte.**

Poi, di contro a questa, **dicono che c'è una seconda terra, ch'essi chiamano antiterra:** e questo affermano non già ricercando le cause e le ragioni nei fenomeni, ma sforzando il significato dei fenomeni e cercando d'accordarli con alcune loro ragioni e opinioni preconcrete.

*Aristotele, Del cielo B*

Favorino scrive che Parmenide sembra essere stato il primo a dire che Vespero e Lucifero sono la stessa stella; altri dicono che fu Pitagora.

*Diogene Laerzio, Vite IX 23*



## Le origini del *Quadrivium*

I Pitagorici, quindi, pensavano che tutta la scienza matematica dovesse venir divisa in quattro parti, attribuendo una di queste parti al *quanti?* (τὸ πόνσον) e un'altra al *quanto?* (τό πηλίκον) ed assegnando poi a ciascuna di queste parti a sua volta due parti. Perché essi dicevano che la quantità discreta, ovvero il *quanti?*, può essere considerata o in sé stessa oppure in relazione con qualche altra: ma che la quantità continua, o il *quanto?*, è o stabile o in movimento. Quindi affermavano che l'*aritmetica* contempla la quantità discreta in quanto esiste in sé, mentre la *musica* quella che è in relazione con altra; e che la *geometria* considera la quantità continua in quanto è stabile: ma l'*astronomia* (ἢ σφαιρική) contempla la quantità in quanto è di natura sua mobile.

Proclo (412-487 d.C.)

citato da G. Loria, *Le scienze esatte nell'antica Grecia* (1914)



## La fine

Cilone di Crotona era per nascita, per fama e per ricchezza uno dei primi cittadini, ma era anche aspro e violento e sedizioso e di animo tirannico. Costui era stato preso dal desiderio di entrare a far parte della comunità dei Pitagorici, e s'era rivolto allo stesso Pitagora, ma ne era stato respinto. Aveva quindi, per questo fatto, intrapreso un'aspra guerra coi suoi amici contro Pitagora e i suoi amici; e così violenta fu la guerra di Cilone e dei suoi compagni, che durò finché ci furono Pitagorici. Pitagora fu costretto ad andarsene a Metaponto, dove, secondo che si tramanda, morì.

Giamblico, *De vita pythagorica* 248

Dicearco e i più accurati scrittori dicono che il complotto fu fatto mentre Pitagora era a Crotona. E racconta che quaranta dei suoi amici furono assaliti e presi nella casa di uno di essi; gli altri, che erano i più, furono uccisi qua e là per la città, dovunque fossero trovati. E che Pitagora, dopo la sconfitta dei suoi, dapprima si rifugiò nel porto di Caulonia, e poi si diresse verso Locri, dove, appena giunta la notizia, gli furono mandati incontro, ai confini del territorio, alcuni anziani. Trovatolo, gli dissero: "Sappiamo, o Pitagora, che tu sei uomo intelligente e sapiente; ma noi siamo contenti delle nostre leggi e vogliamo che restino così come sono: tu dunque, se hai bisogno di qualche cosa, prenditela, ma vattene altrove". In questo modo fu allontanato da Locri; di lì passò a Taranto, ove ebbe presso a poco la stessa sorte che aveva avuto a Locri; quindi passò a Metaponto.

Porfirio, *Vita Pythagorae* 56



## Dopo Pitagora

Secondo la tradizione la scuola pitagorica sopravvisse al suo fondatore e contò più di 218 allievi (maschi).

Fra questi, a titolo esemplificativo, ricordiamo, per provenienza:

- **Agrigento:** Empedocle
- **Catania:** Caronda
- **Cirene:** Teodoro
- **Crotone:** Ecfanto, Alcmeone, Milone
- **Lucania:** Ocelo e Occilo fratelli, Aresandro, Cerambo
- **Metaponto:** Ippaso
- **Taranto:** Filolao, Eurito, Archita, Licone, Archippo, Zopiro, Lisi, Clinia

Platone fu fortemente influenzato dal Pitagorismo (tramite Archita di Taranto).



## La “scuola” di Elea



## Senofane (c. 570-478 a.C.)

« Omero ed Esiodo hanno attribuito agli dei tutto quello che per gli uomini è oggetto di vergogna e di biasimo: rubare, fare adulterio e ingannarsi

[...]

i mortali credono che gli dei siano nati e che abbiano abito, linguaggio e aspetto come loro

[...]

gli Etiopi credono che (gli dei) siano camusi e neri, i Traci, che abbiano occhi azzurri e capelli rossi

[...]

ma se buoi, cavalli e leoni avessero le mani e sapessero disegnare...i cavalli disegnerebbero gli dei simili a cavalli e i buoi gli dei simili a buoi

[...]

uno, dio, tra gli dei e tra gli uomini il più grande, non simile agli uomini né per aspetto né per intelligenza...tutto intero vede, tutto intero pensa, tutto intero sente...senza fatica tutto scuote con la forza del pensiero...sempre nell'identico luogo permane senza muoversi, né gli si addice recarsi qui o là. »



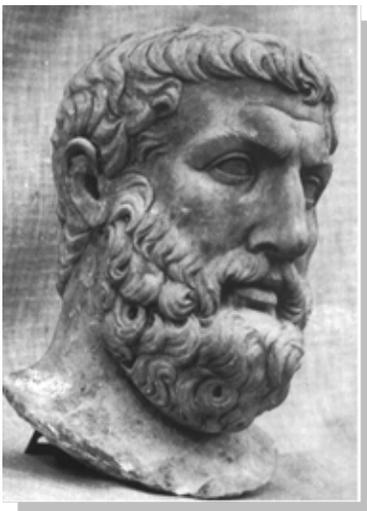
## Verità e opinione

« [Parmenide] disse che la filosofia si divide in due parti:  
l'una secondo verità, l'altra secondo opinione.

E perciò egli afferma in un punto:

*Bisogna che tu tutto apprenda,  
e il solido cuore della verità ben rotonda  
e le opinioni dei mortali, nelle quali non c'è una vera certezza.*

Anch'egli presenta in versi il suo pensiero filosofico, così  
come Esiodo, Senofane ed Empedocle. »



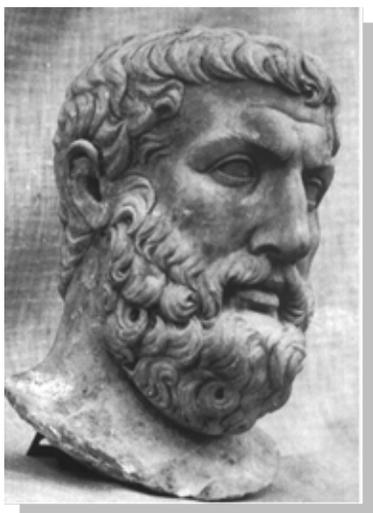
Diogene Laerzio  
*Vite dei filosofi, IX 22*



## Ragione e sensazione

« [Parmenide] disse che il criterio da seguire è la ragione, e che le sensazioni non sono precise. Pertanto egli afferma:

*né l'abitudine, nata da numerose esperienze, su questa via ti forzi a muovere l'occhio che non vede, l'orecchio che rimbomba, e la lingua, ma con la ragione giudica la prova molto discussa. »*



Diogene Laerzio  
*Vite dei filosofi, IX 22*

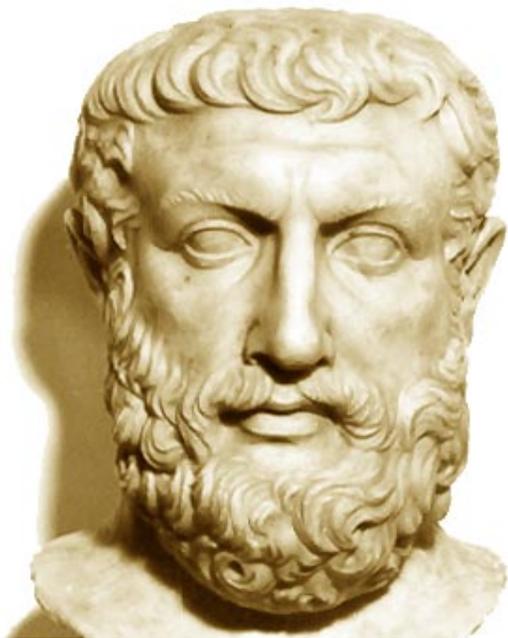


## Parmenide e l'essere assoluto

« È necessario il dire e il pensare che l'essere sia: infatti l'essere è,  
il nulla non è; queste cose ti esorto a considerare.»

Parmenide

*Sulla natura, 28-32*





## Conseguenze

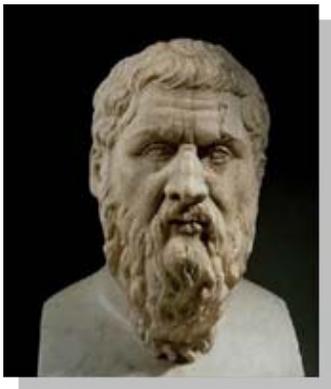
« [...] l'essere è ingenerato e imperituro, infatti è un intero nel suo insieme, immobile e senza fine. Né una volta era, né sarà, perché è ora insieme tutto quanto, uno, continuo. Quale origine, infatti, cercherai in esso? Come e da dove sarebbe cresciuto? Dal non-essere non ti concedo né di dirlo né di pensarlo, perché non è possibile né dire né pensare che non è. Quale necessità lo avrebbe mai spinto a nascere dopo o prima, se derivasse dal nulla? »



Parmenide  
*Sulla natura*



## La “follia della ragione”



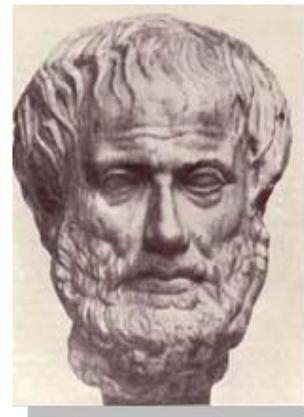
« **Socrate:** Parmenide mi sembra che sia [...] “venerando e insieme terribile”.

Infatti, io mi incontrai con lui, quando ero ancora molto giovane e lui molto vecchio, e mi sembrò che egli avesse una profondità veramente straordinaria. »

Platone (427-347 a.C.), *Teeteto*

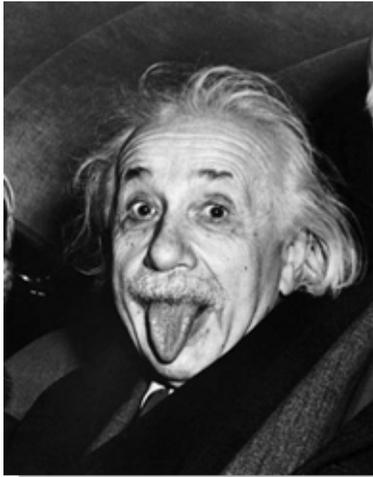
« Ma se, in base ai ragionamenti, queste cose sembrano derivare come conseguenze, stando alla realtà delle cose, sostenere tale opinione è quasi follia.»

Aristotele (384–322 a.C.), *La generazione e la corruzione*, I, 8





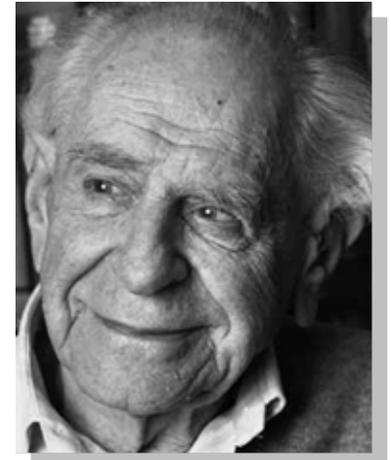
## Einstein: il Parmenide del XX secolo?



« L'argomento principale delle nostre conversazioni era l'indeterminismo. Io cercai di persuaderlo ad abbandonare il suo determinismo, che in pratica si riduceva all'idea che il mondo fosse un universo chiuso, di tipo parmenideo, a quattro dimensioni, nel quale il cambiamento era un'illusione umana, o qualcosa di molto simile. (Egli era d'accordo che questa fosse la sua opinione, e discutendo di ciò io lo chiamai "Parmenide") »

Karl Popper

*La ricerca non ha fine (1976)*

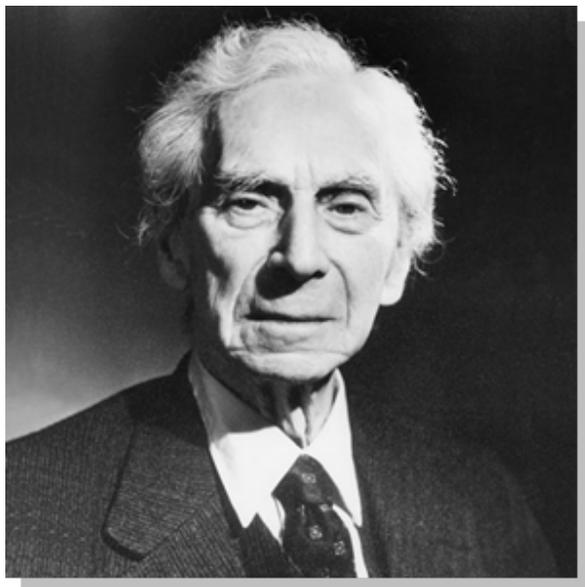




## In soccorso di Parmenide: Zenone di Elea

« In questo mondo capriccioso nulla è più capriccioso della fama presso i posteri.

Una delle più notevoli vittime della mancanza di senno della posterità è Zenone di Elea. Malgrado che abbia inventato quattro argomentazioni, tutte smisuratamente sottili e profonde, la stupidità dei filosofi venuti dopo di lui proclamò che Zenone era null'altro che un ingegnoso giocoliere e le sue argomentazioni erano tutte sofismi. »



Bertrand Russell

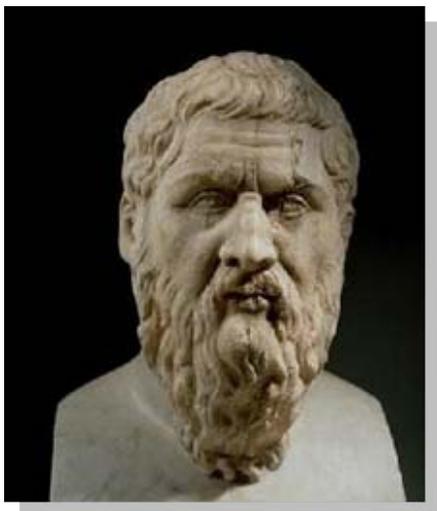
*I principi della matematica (1903)*



## La “dimostrazione per assurdo”

« [...] il mio libro è una difesa della dottrina di Parmenide, diretta contro coloro che tentano di metterla in ridicolo, ritenendo che, se si ammette che tutto è uno, ne seguono molte conseguenze ridicole, contrarie alla tesi medesima.

Dunque, questo scritto è diretto contro coloro che affermano la molteplicità delle cose e risponde loro poi per le rime e ancora di più, e vuole dimostrare questo: che la tesi della molteplicità delle cose porta a conseguenze ancor più ridicole di quelle a cui porta la tesi dell'unità »



Platone (427-347 a.C.)

*Parmenide* 128 b

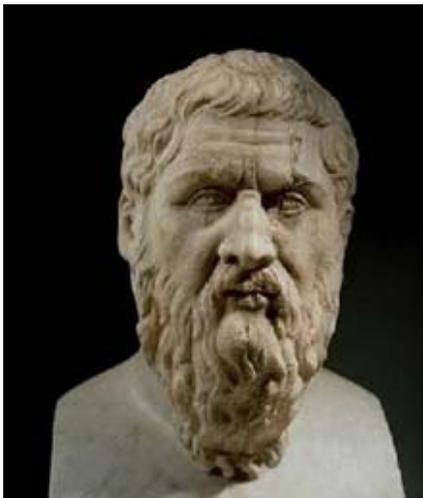


## La negazione del molteplice

« Che cosa vuoi dire con questo Zenone? Che se gli enti sono molti, allora le stesse cose devono essere simili e dissimili, e ciò è impossibile, dal momento che né le cose dissimili sono simili né quelle simili sono dissimili? »

[...]

Dunque, se è impossibile che le cose dissimili siano simili e quelle simili siano dissimili è anche impossibile che siano molte. Perché se fossero molte patirebbero conseguenze impossibili. »



Platone (427-347 a.C.)

*Parmenide 127 e*



## Argomenti contro il movimento: la “dicotomia”



« Quattro sono i ragionamenti di Zenone intorno al movimento, i quali mettono di cattivo umore quelli che tentano di risolverli. Il primo intende provare l'inesistenza del movimento per il fatto che l'oggetto spostato deve giungere alla metà prima che al termine finale. »

Aristotele  
*Fisica*, VI 9



## Achille e la tartaruga

« Achille, simbolo di rapidità, deve raggiungere la tartaruga, simbolo di lentezza.

Achille corre dieci volte più svelto della tartaruga e le concede dieci metri di vantaggio.

Achille corre quei dieci metri e la tartaruga percorre un metro; Achille percorre quel

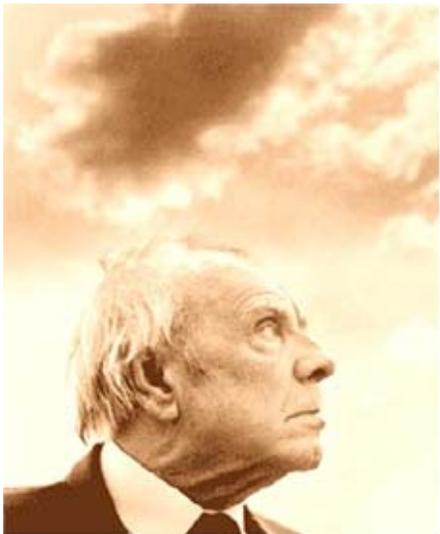
metro, la tartaruga percorre un decimetro;

Achille percorre quel decimetro, la tartaruga percorre un centimetro; Achille percorre quel

centimetro, la tartaruga percorre un

millimetro; Achille il millimetro, la tartaruga un decimo di millimetro, e così via all'infinito;

di modo che Achille può correre per sempre senza raggiungerla. »



Jorge Luis Borges

*La perpetua corsa di Achille e la tartaruga (1932)*



## La freccia immobile

« Il terzo argomento [...] dice che la freccia in moto sta ferma. Esso deriva come conseguenza dell'ammissione che il tempo sia composto di istanti. Infatti, se non si ammette questo, non si può fare il sillogismo.

Zenone commette un paralogismo. Se infatti, egli dice, tutto è in quiete o si muove, e nulla si muove quando sia lungo uno spazio uguale a sé, dato che per tutto il tempo il mosso è nell'istante, la freccia che si muove è ferma. »

Aristotele

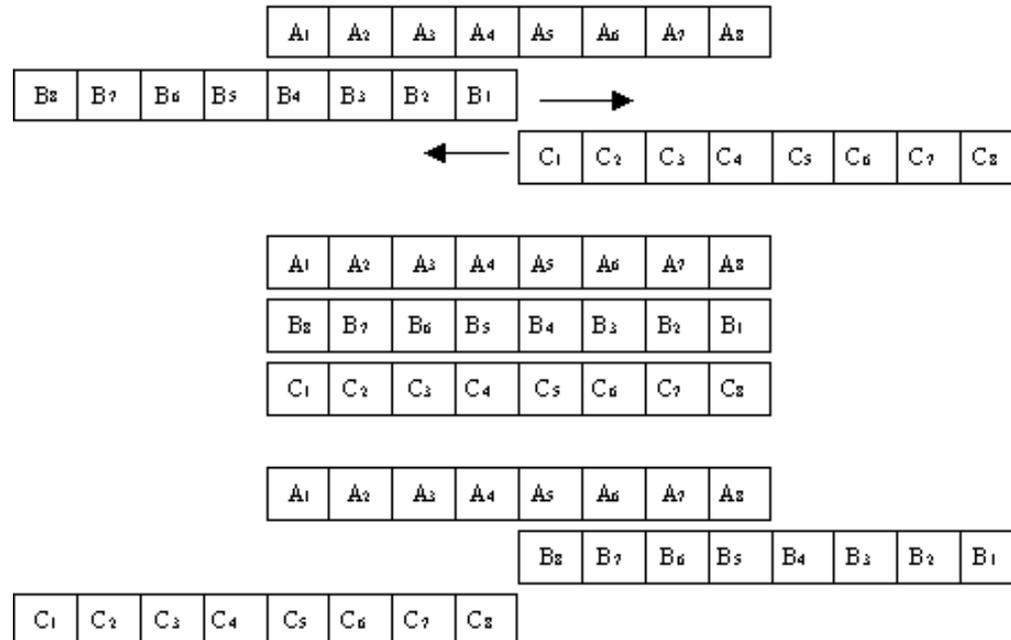
*Fisica*, VI 9



Aristotele, secolo di Raffaello Sanzio



# Lo stadio





## Problemi di psicologia della percezione

« – Dimmi, Protagora, fa rumore cadendo un chicco di grano, oppure la decimillesima parte di un chicco di grano?

E avendo Protagora risposto che la decimillesima parte di un chicco di grano non fa rumore, quegli soggiunse:

– Ma un medimmo di chicchi di grano fa rumore o no quando cade?

E avendo Protagora risposto che fa rumore, Zenone incalzò:

– Ma non c'è forse una proporzione fra un medimmo di chicchi di grano e un singolo chicco e fra il chicco e la sua decimillesima parte?

E avendo Protagora ammesso che c'è, di rimando disse Zenone:

– E non dovranno esserci le stesse reciproche proporzioni anche tra i suoni?

Come c'è proporzione fra le cose che producono suoni, così ci deve essere proporzione fra i suoni; ma se è così, se il medimmo di grano fa rumore, anche il chicco da solo fa rumore e anche la sua decimillesima parte.

Così argomentava Zenone. »

Simplicio (490–560 d.C.)

*Arist. Phys.*



## Intermezzo: l'infinito dopo Zenone

« Orsù, già che si è messo mano a i paradossi, veggiamo se in qualche maniera si potesse dimostrare, come in una continua estensione finita non repugni il potersi ritrovar infiniti vacui. »  
(Galileo Galilei, *Discorsi intorno a due nuove scienze*, 1638)

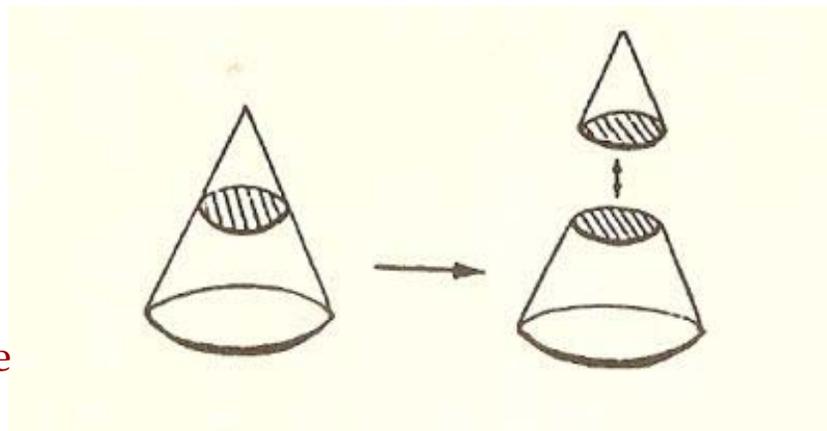
« C'è un concetto che corrompe e altera tutti gli altri. Non parlo del Male, il cui limitato impero è l'Etica: parlo dell'Infinito. »  
(Jorge Luis Borges, *Altre inquisizioni*, 1952)



## Il cono di Democrito

« Se un cono viene secato da un piano parallelo alla base, come si dovranno immaginare le superfici di sezione? Verranno uguali o disuguali? »

Perché, se saranno disuguali renderanno irregolare il cono che verrà ad avere tante incisioni e scabrosità a gradini; ma se saranno uguali le superfici saranno uguali anche le sezioni e il cono verrà ad assumere l'aspetto del cilindro, in quanto risultante della sovrapposizione di cerchi uguali e non disuguali, il che è sommamente assurdo. »



Plutarco (46-127 d.C.)

*De communibus notitiis adversus Stoicos*



## I quadrati di Galileo ...

**SALVIATI.** [...] Io suppongo che voi benissimo sappiate quali sono i numeri quadrati, e quali i non quadrati.

**SIMPLICIO.** So benissimo che il numero quadrato è quello che nasce dalla moltiplicazione d'un altro numero in se medesimo: e così il quattro, il nove, etc., son numeri quadrati, nascendo quello dal due, e questo dal tre, in se medesimi moltiplicati.

**SALVIATI.** Benissimo: e sapete ancora, che sì come i prodotti si dimandano quadrati, i producenti, cioè quelli che si moltiplicano, si chiamano lati o radici; gli altri poi, che non nascono da numeri moltiplicati in se stessi, non sono altrimenti quadrati. **Onde se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è così?**

**SIMPLICIO.** Non si può dir altrimenti.

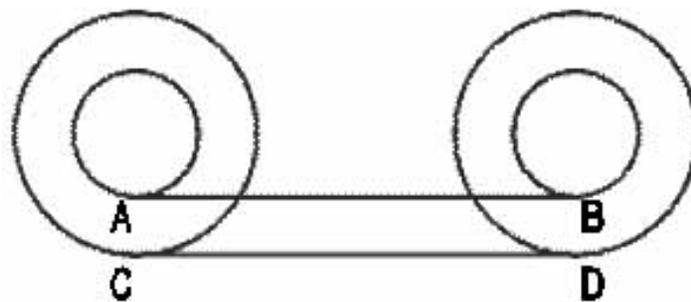
**SALVIATI.** Interrogando io di poi, quanti siano i numeri quadrati, si può con verità rispondere, loro esser tanti quante sono le proprie radici, avvenga che ogni quadrato ha la sua radice, ogni radice il suo quadrato, né quadrato alcuno ha più d'una sola radice, né radice alcuna più d'un quadrato solo.

**SIMPLICIO.** Così sta.

**SALVIATI.** Ma se io domanderò, quante siano le radici, non si può negare che elle non siano quante tutti i numeri, poiché non vi è numero alcuno che non sia radice di qualche quadrato; e stante questo, converrà dire che i numeri quadrati siano quanti tutti i numeri, poiché tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri: e pur da principio dicemmo, tutti i numeri esser assai più che tutti i quadrati, essendo la maggior parte non quadrati.



## ... e la ruota





## La serie di Grandi (1671-1742) ...

Quanto vale la seguente somma infinita?

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

*a)*  $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0$

*b)*  $1 - (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 1$

Ma, ancora, se  $S$  denota la somma della serie:

$$S = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots) = 1 - S$$

da cui:

*c)*  $S = 1/2$





## ... e la lampada di Thomson

« There are certain reading lamps that have a button in the base. If the lamp is off and you press the button the lamp goes on, and if the lamp is on and you press the button the lamp goes off. So if the lamp was originally off and you pressed the button an odd number of times the lamp is on, and if you pressed the button an even number of times the lamp is off. Suppose now that the lamp is off and I succeed in pressing the button an infinite number of times, perhaps making one jab in one minute, another jab in the next half minute, and so on. Does having followed these instructions entail either that at the end of the two minutes the lamp is on or that at the end of the two minutes the lamp is off ? It doesn't entail that it is on because in following them I did not ever turn it on without at once turning it off. It doesn't entail that it is off because in following them I did in the first place turn it on, and thereafter I never turned it off without at once turning it on. »

James F. Thomson

“Tasks and super-tasks,” *Analysis* (1954)



## L'infinito è *in atto* o *in potenza*?



« Io sono a tal punto a favore dell'infinito attuale che anziché ammettere che la natura lo aborrisca, come comunemente si dice, ritengo che essa vi faccia ricorso spesso e ovunque, onde mostrare più efficacemente le perfezioni del suo Autore. »

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

« Io devo protestare veementemente contro l'uso dell'infinito come qualcosa di definito: questo non è permesso in Matematica. L'infinito è solo un modo di dire, ed intende un limite cui certi rapporti possono approssimarsi vicino quanto vogliono. »

Carl F. Gauss a Heinrich F. Schumacher (12 luglio 1831)





## Alle soglie di Cantor

« Vengo ora all'affermazione che esiste un infinito non soltanto tra gli oggetti che non hanno attualità, ma *anche nel dominio stesso dell'attualità*. [...] »



Bernard Bolzano  
*I paradossi dell'infinito* (1851)



## Le macchine di Zenone: oltre Turing?

The remark that the successive partial sums . . . of the series . . . do not increase beyond all bounds but converge to 1, by which one nowadays thinks to dispose of the paradox, is certainly relevant and elucidating. Yet, if the segment of length 1 really consists of infinitely many sub-segments of lengths  $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/8$ , . . ., as of 'chopped-off' wholes, then it is incompatible with the character of the infinite as the 'incompletable' that Achilles should have been able to traverse them all. If one admits this possibility, then there is no reason why a machine should not be capable of completing an infinite sequence of distinct acts of decision within a finite amount of time; say, by supplying the first result after  $1/2$  minute, the second after another  $1/4$  minute, the third  $1/8$  minute later than the second, etc. In this way it would be possible, provided the receptive power of the brain would function similarly, to achieve a traversal of all natural numbers and thereby a sure yes-or-no decision regarding any existential question about natural numbers!

Hermann Weyl

*Philosophy of Mathematics and Natural Science* (1927)





# Riferimenti bibliografici

