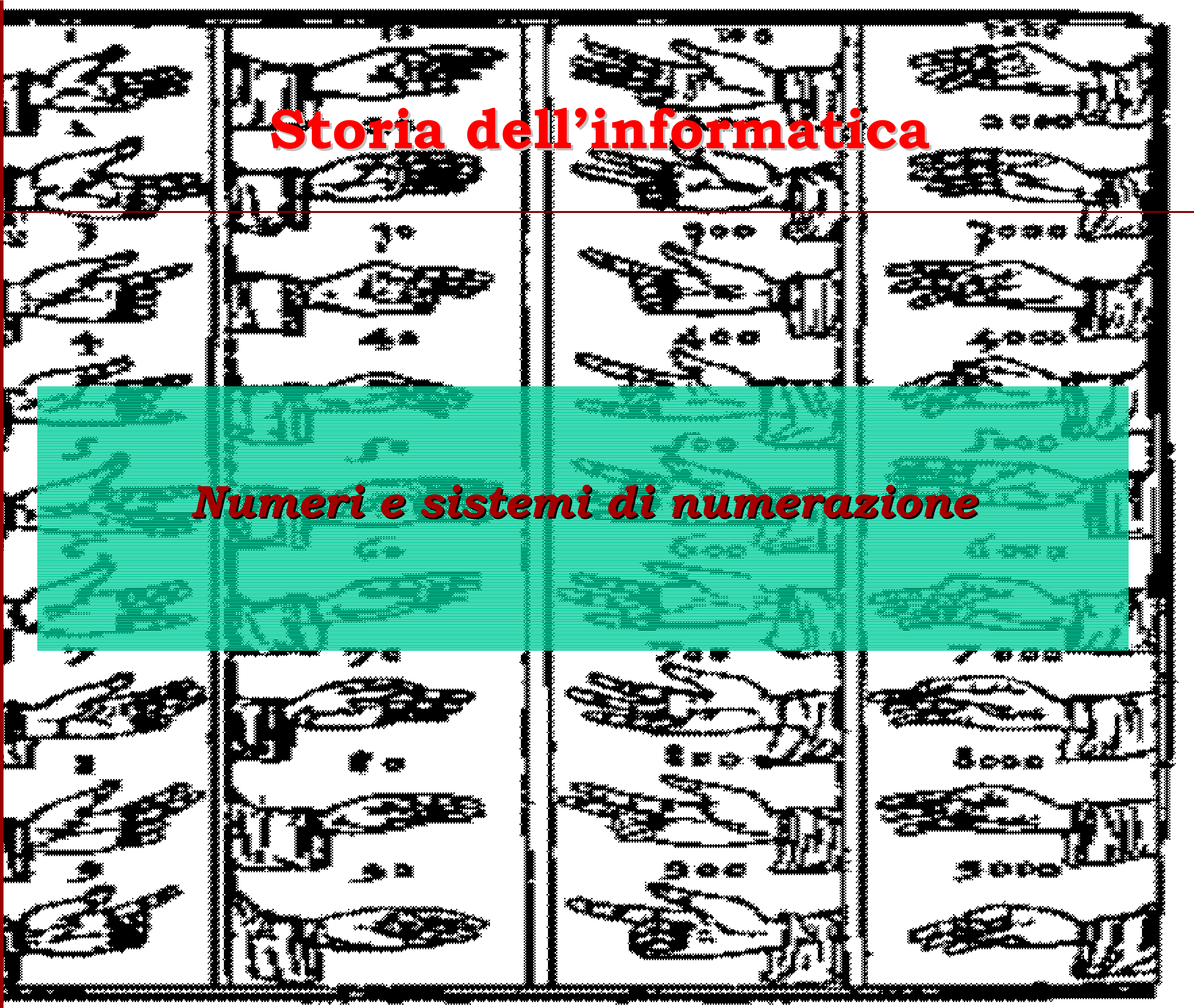
# Storia dell’informatica

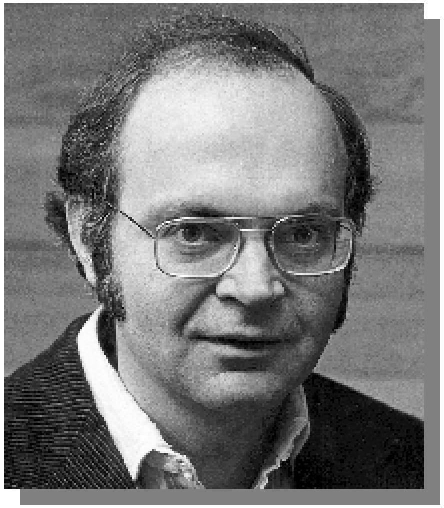


## *Numeri e sistemi di numerazione*

# L'importanza della rappresentazione

*« Many people regard arithmetic as a trivial thing that children learn and computers do, but we will see that arithmetic is a fascinating topic with many interesting facets. [...]*

*The way we do arithmetic is intimately related to the way we represent the numbers we deal with. »*

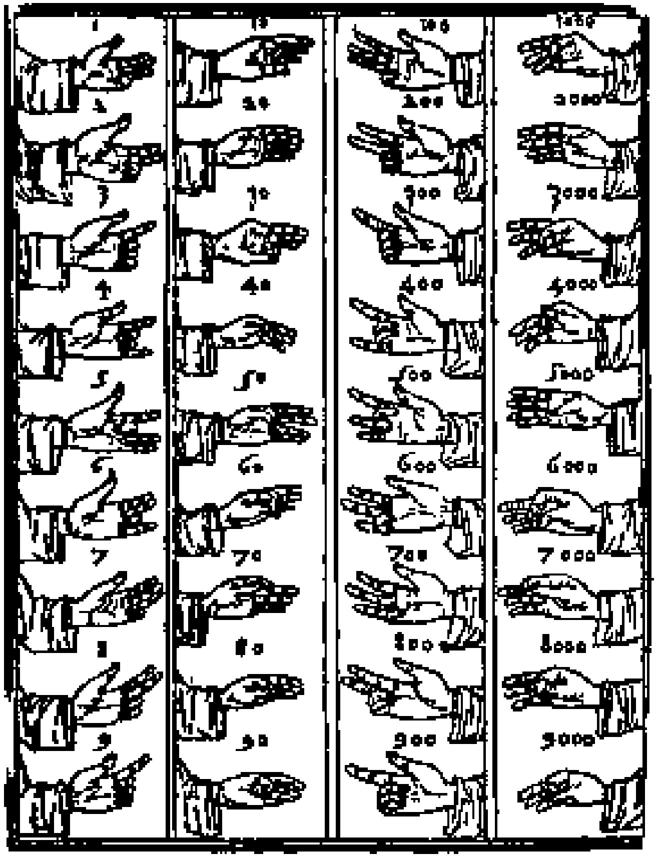


*Donald Knuth*
*The Art of Computer Programming*
*Vol. 2, pp. 178, 179*

# Numeri e dita

Le dita della mano sono il più semplice dispositivo per contare e furono molto probabilmente anche il primo strumento impiegato dall'uomo preistorico.

L'uso di questo "strumento" ha lasciato una traccia importante e ben visibile nella rappresentazione dei numeri. Infatti, il numero della dita delle mani ha condizionato la scelta delle base decimale attualmente utilizzata nella rappresentazione dei numeri.



Luca Pacioli, *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proporzionalità,* Venezia 1494.

# Numeri e ossa

In Cecoslovacchia (Vestonice), nel 1937, è stato trovato un osso di lupo, risalente probabilmente al 30000 a.C., che presenta, profondamente incise, cinquantacinque intaccature.

Queste sono disposte in due serie: venticinque nella prima e trenta nella seconda; all'interno di ciascuna serie le intaccature sono distribuite in gruppi di cinque.

# Numeri e sassi

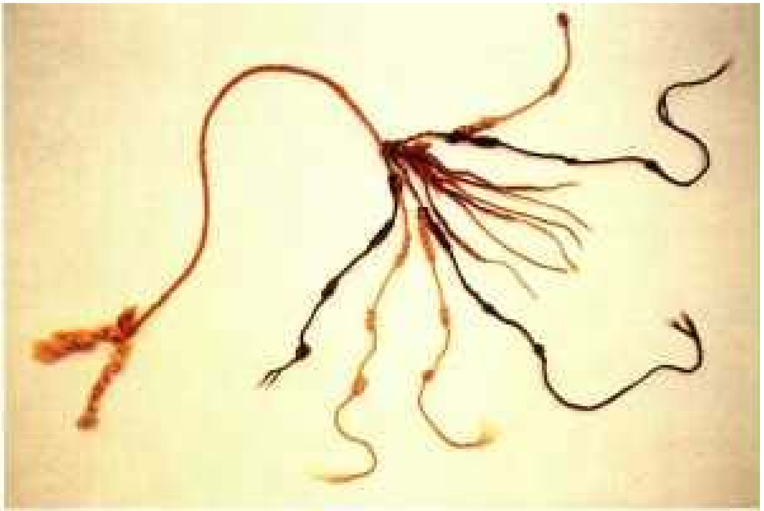
L'impiego di un insieme di gettoni, cioè sassolini, o conchiglie, o piccoli elementi in creta, ecc. per rappresentare i numeri ha caratterizzato le civiltà più antiche. Il metodo deriva dall'uso della dita per contare e in un certo senso ne costituisce un ampliamento.

Ricostruzione di gettoni sumeri per la rappresentazione di numeri.

# Numeri e cordicelle

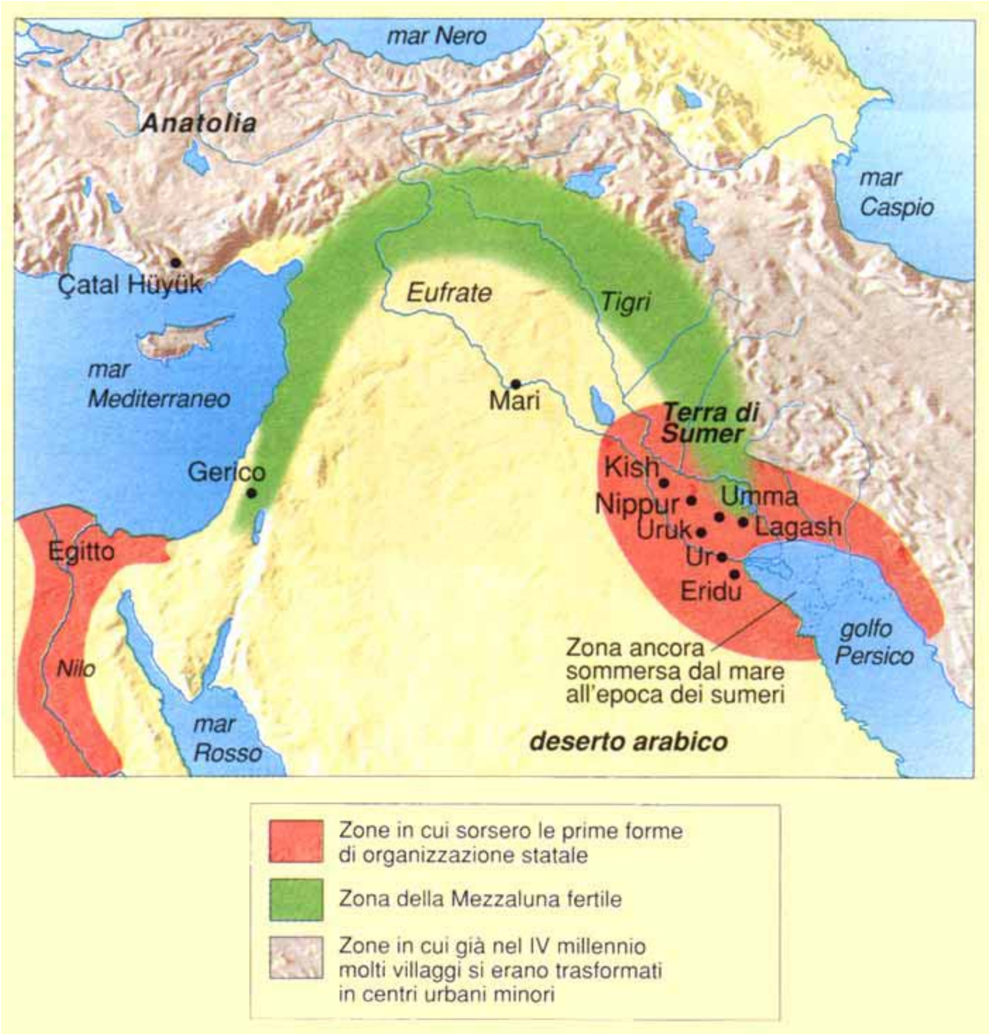
Tra i vari popoli che utilizzarono ampiamente come sistema di registrazione le cordicelle annodate vanno sicuramente ricordati gli Incas, i cui *Quipu* permettevano di rappresentare dati numerici e altri tipi di informazioni.

Sfortunatamente gran parte dei quipu è andata persa tra il 1500 e il 1700 con la colonizzazione europea



Quipu inca (del periodo 1200/1500 d.C)
*Museo del calcolo IBM-Europe, Parigi.*

# L'Egitto e la Mesopotamia



# La scrittura egiziana

- The Egyptians had a writing system based on hieroglyphs from around 3000 BC. Hieroglyphs are little pictures representing words. It is easy to see how they would denote the word "bird" by a little picture of a bird but clearly without further development this system of writing cannot represent many words.

- Of course the same symbols might mean something different in a different context, so "an eye" might mean "see" while "an ear" might signify "sound".

# Geroglifici

# La pietra di Rosetta

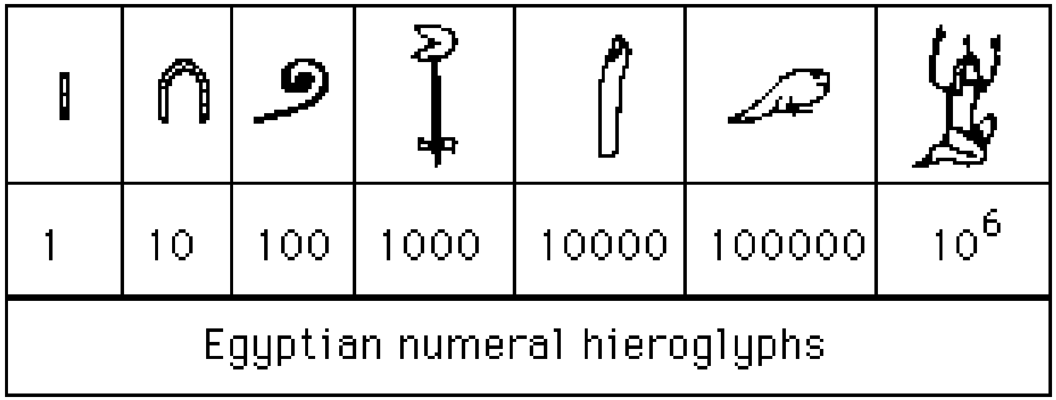
- The Rosetta Stone led to the modern understanding of hieroglyphs. Made in Egypt around 200BC, it is a stone tablet engraved with writing which celebrates the crowning of King Ptolemy V. It is a solid piece of black Basalt and is 1m high by 70cm wide by 30cm deep. Quite heavy.
- The interesting thing about the Rosetta Stone is that the writing is repeated three times in different alphabets:
- Hieroglyphic (top of stone)- used by ancient Egyptians
  Demotic (centre of stone)- used by Arabs including modern Egyptians
  Greek (base of stone)- used by, erm, Greeks, and other eastern Europeans

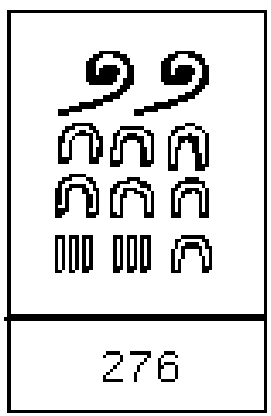
# La decifrazione dei geroglifici

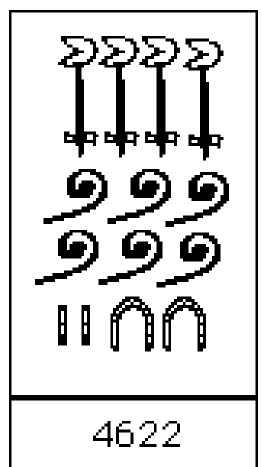
Thomas Young
(1773-1829)

Jean Francois Champollion
(1790-1832)

# Numeri e geroglifici



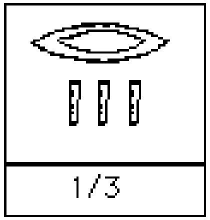



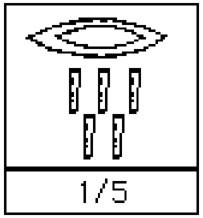

Examples of egyptian numerals as seen on a stone carving from Karnak, dating from around 1500 BC, and now displayed in the Louvre in Paris.

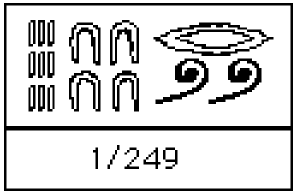
# Aritmetica egiziana

- Adding numeral hieroglyphs is easy. One just adds the individual symbols, but replacing ten copies of a symbol by a single symbol of the next higher value.

- Fractions to the ancient Egyptians were limited to unit fractions (with the exception of the frequently used $^2/_3$ and less frequently used $^3/_4$). A unit fraction is of the form $1/n$ where $n$ is an integer and these were represented in numeral hieroglyphs by placing the symbol representing a "mouth“ (pronounced “ro”) which meant “part”, above the number.



# Evoluzione dei numerali geroglifici

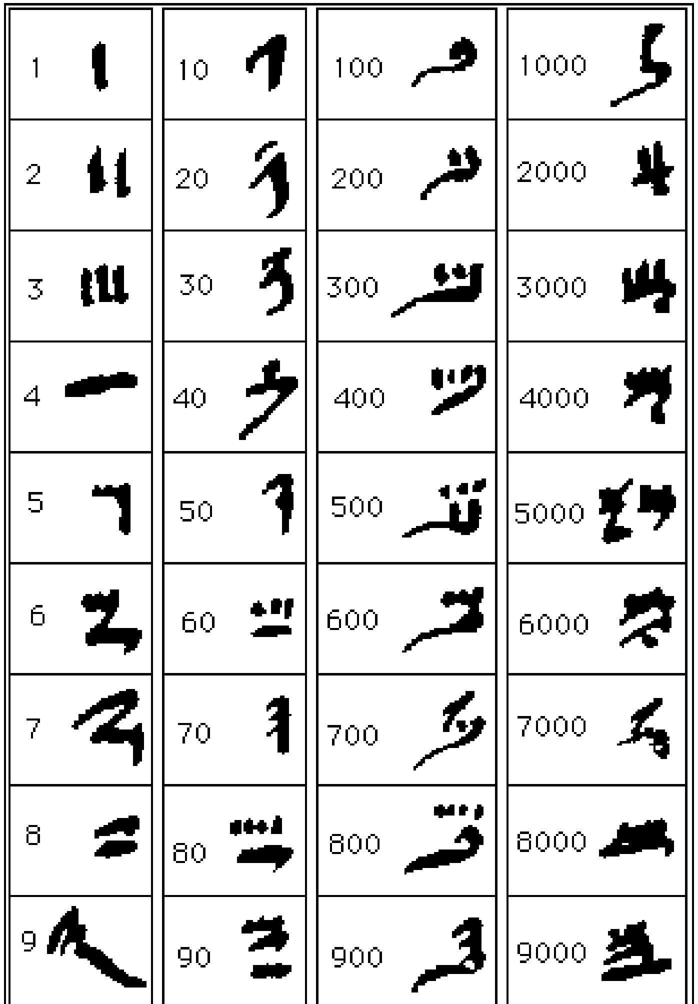
- We should point out that the hieroglyphs did not remain the same throughout the two thousand or so years of the ancient Egyptian civilisation. This civilisation is often broken down into three distinct periods:

  Old Kingdom - around 2700 BC to 2200 BC
  Middle Kingdom - around 2100 BC to 1700 BC
  New Kingdom - around 1600 BC to 1000 BC

- Numeral hieroglyphs were somewhat different in these different periods, yet retained a broadly similar style.

# Il sistema ieratico

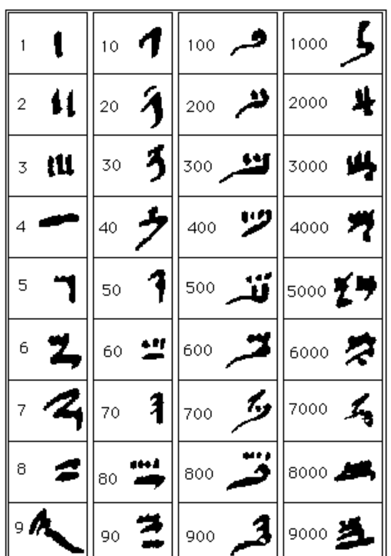
Another number system, which the Egyptians used after the invention of writing on papyrus, was composed of hieratic numerals. These numerals allowed numbers to be written in a far more compact form yet using the system required many more symbols to be memorised.



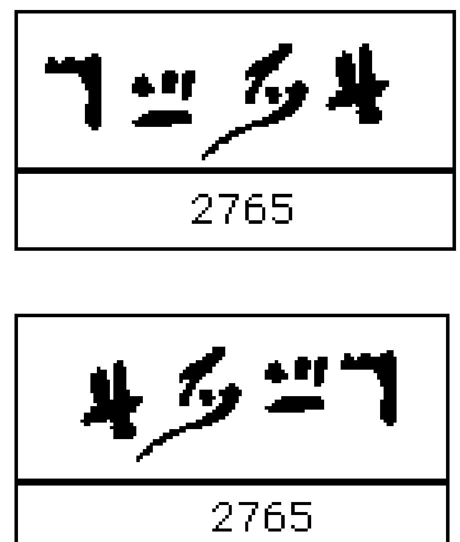

Hieratic numerals

# Il sistema ieratico

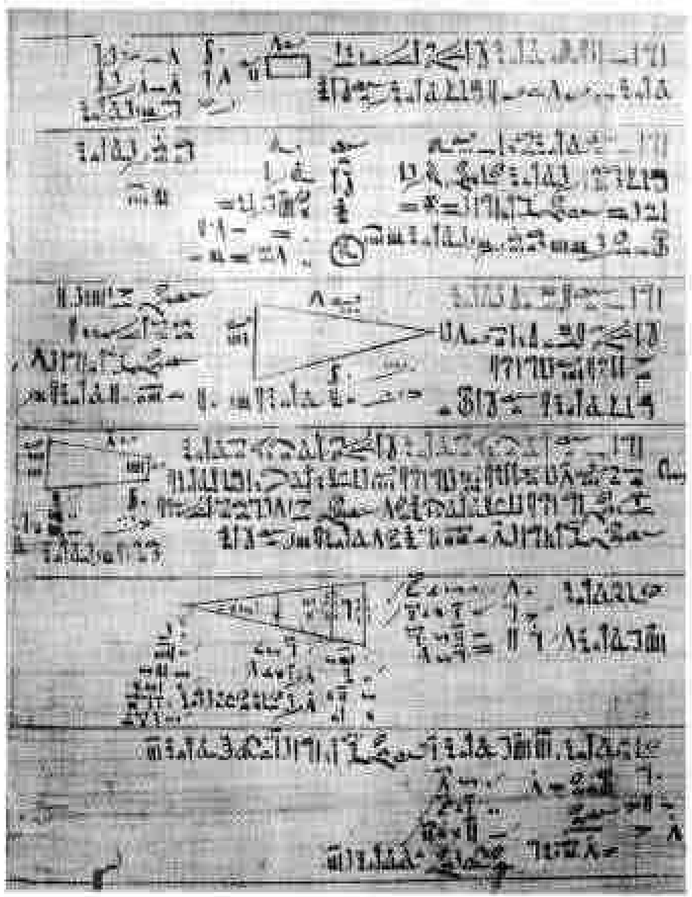
With this system numbers could be formed of a few symbols. The number 9999 had just 4 hieratic symbols instead of 36 hieroglyphs. One major difference between the hieratic numerals and our own number system was the hieratic numerals did not form a positional system so the particular numerals could be written in any order.

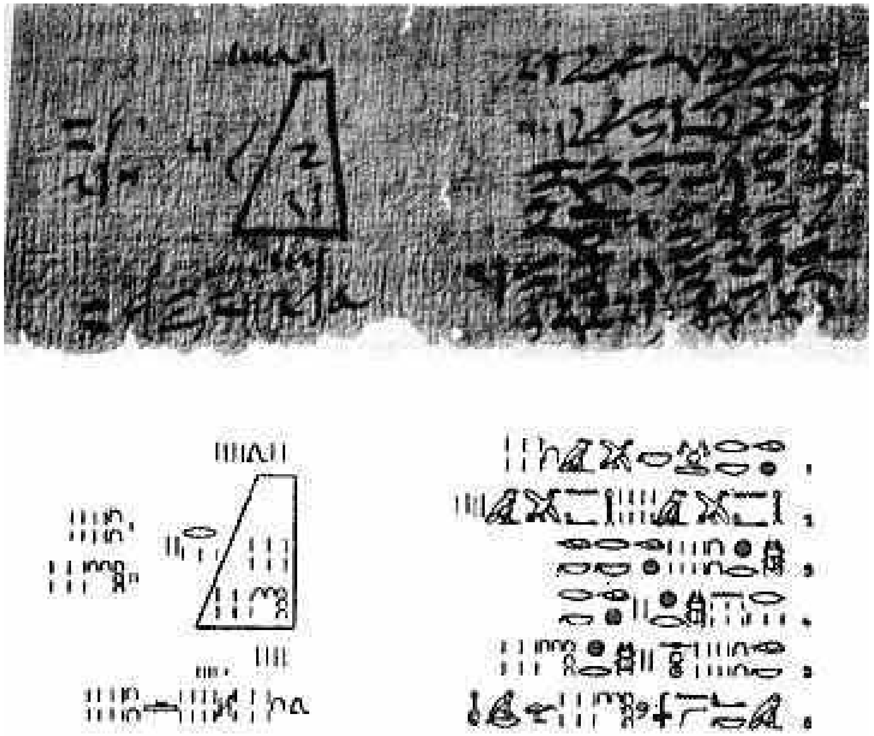


Hieratic numerals



# Matematica e algoritmica nell'antico Egitto

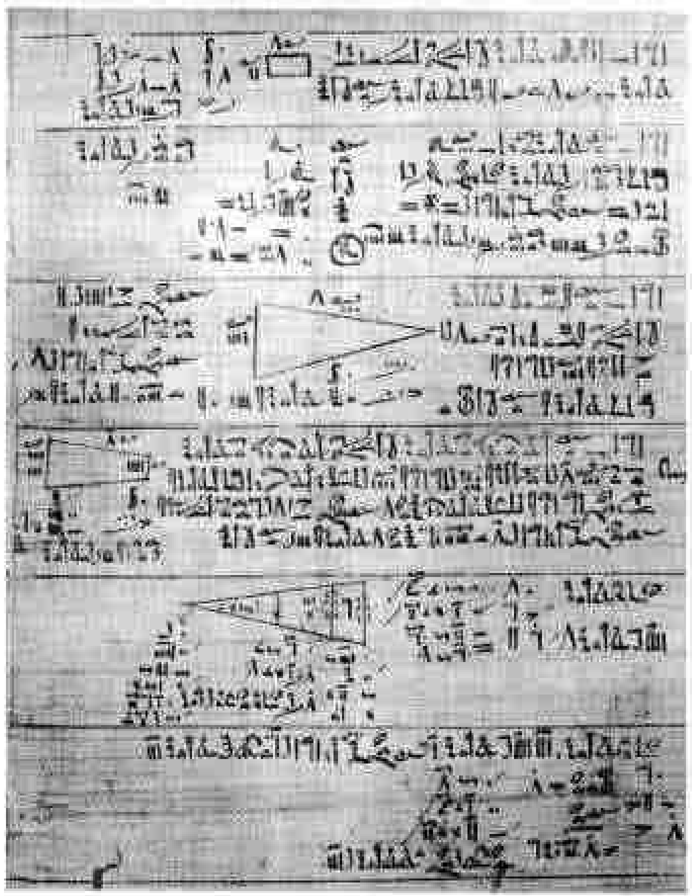




Papiro di Mosca (25 problemi)

Papiro di Rhind (85 problemi)

# Il papiro di Rhind



Largo circa 30 cm e lungo 5,46 m, è stato acquistato nel 1858 in una località balneare sul Nilo da un antiquario scozzese, Henry Rhind. Deve perciò il nome al suo scopritore: meno frequentemente è indicato come *Papiro di Ahmes*, in onore dello scriba che lo aveva trascritto attorno al 1660 a.C.

Il contenuto di questo papiro non è scritto nei caratteri geroglifici ma in scrittura ieratica (sacra).

# Moltiplicazione / 1

- Ahmes, in the Rhind papyrus, illustrates the Egyptian method of multiplication in the following way.

- Assume that we want to multiply 41 by 59. Take 59 and add it to itself, then add the answer to itself and continue:

| 41 | 59 |
|---|---|
| 1 | 59 |
| 2 | 118 |
| 4 | 236 |
| 8 | 472 |
| 16 | 944 |
| 32 | 1888 |

Since 64 > 41, there is no need to go beyond the 32 entry.

# Moltiplicazione / 2

- Now go through a number of subtractions:
  41 - 32 = 9, 9 - 8 = 1, 1 - 1 = 0 to see that 41 = 32 + 8 + 1.

- Next check the numbers in the right hand column corresponding to 32, 8, 1 and add them:

| 41 | 59 | |
|---|---|---|
| 1 | 59 | v |
| 2 | 118 | |
| 4 | 236 | |
| 8 | 472 | v |
| 16 | 944 | |
| 32 | 1888 | v |
| | 2419 | |

- Notice that the multiplication is achieved with only additions.

# Moltiplicazione / 3

Reversing the factors:

| | | |
|---|---|---|
| 59 | 41 | |
| 1 | 41 | v |
| 2 | 82 | v |
| 4 | 164 | |
| 8 | 328 | v |
| 16 | 656 | v |
| 32 | 1312 | v |
| | 2419 | |

# Precursori dell'aritmetica binaria

- Notice that for this method to work we need to know that every number is the sum of powers of 2. The ancient Egyptians would not have had a proof of this, nor would have appreciated that a proof was necessary. They would just know from practical experience that it could always be done.

- Basically we can think of the method as writing one of the numbers to base 2. In the examples above we have written

$$41 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5$$

and

$$59 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5$$

# I Babilonesi

- The Babylonian civilisation in Mesopotamia replaced the Sumerian civilisation and the Akkadian civilisation.
- In terms of their number system the Babylonians inherited ideas from the Sumerians and from the Akkadians. From the number systems of these earlier peoples came the base of 60, that is the sexagesimal system. Yet neither the Sumerian nor the Akkadian system was a positional system and this advance by the Babylonians was undoubtedly their greatest achievement in terms of developing the number system.
- Some would argue that it was their biggest achievement in mathematics.

# Scrittura cuneiforme

- Often when told that the Babylonian number system was base 60 people's first reaction is: what a lot of special number symbols they must have had to learn!

- This comment is based on knowledge of our own decimal system which is a positional system with nine special symbols and a zero symbol to denote an empty place.

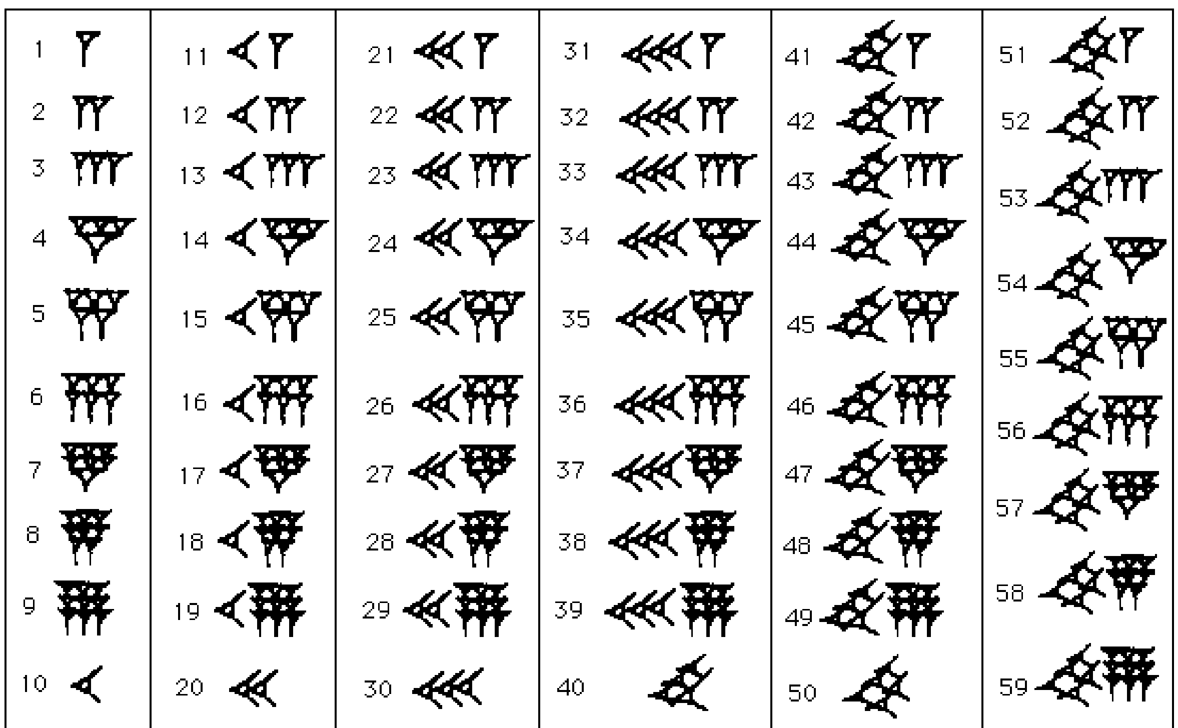
- However, rather than have to learn 10 symbols as we do to use our decimal numbers, the Babylonians only had to learn two symbols to produce their base 60 positional system.

# La roccia di Behistun

- Ritrovata nel 1870
- Narra la vittoria di Dario su Cambise in tre lingue

# Il sistema di numerazione babilonese

Although the Babylonian system was a positional base 60 system, it had some vestiges of a base 10 system within it. This is because the 59 numbers, which go into one of the places of the system, were built from a 'unit' symbol and a 'ten' symbol.



# Sistema posizionale

- Given a positional system one needs a convention concerning which end of the number represents the units. For example the decimal 12345 represents
$$1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5$$
- The Babylonian sexagesimal positional system places numbers with the same convention, so the right most position is for the units up to 59, the position one to the left is for 60 x $n$ where 1 <= $n$ <= 59, etc.
- We adopt a notation where we separate the numerals by commas so, for example, 1,57,46,40 represents the sexagesimal number
$$1 \cdot 60^3 + 57 \cdot 60^2 + 46 \cdot 60 + 40$$
which, in decimal notation is 424000.

# Alcuni problemi di rappresentazione

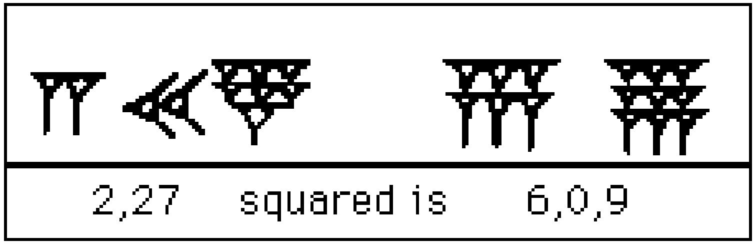
- Since two is represented by two characters each representing one unit, and 61 is represented by the one character for a unit in the first place and a second identical character for a unit in the second place then the Babylonian sexagesimal numbers 1,1 and 2 have essentially the same representation.

- However, this was not really a problem since the spacing of the characters allowed one to tell the difference. In the symbol for 2 the two characters representing the unit touch each other and become a single symbol. In the number 1,1 there is a space between them.

1,57,46,40 = 424000

# E lo zero?

Sembra che in un primo tempo i babilonesi non disponessero di un metodo chiaro per indicare una posizione vuota cioè non possedevano nessun simbolo per indicare lo zero, anche se talvolta lasciavano uno spazio vuoto.

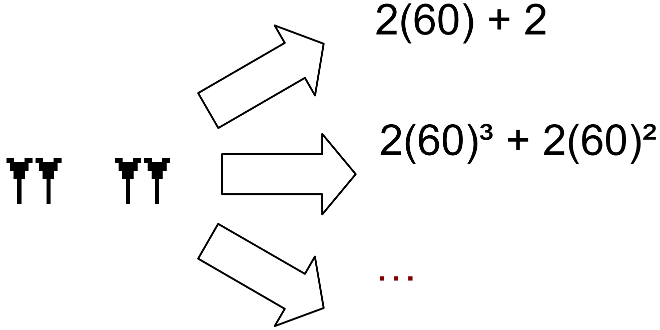



Esempio tratto da una tavoletta cuneiforme (AO 17264, Collezione Louvre di Parigi) in cui si calcola il quadrato di 147. In sessagesimale 147 = 2,27 e il suo quadrato è 21609 = 6,0,9.

# E lo zero?

Tuttavia, ai tempi della conquista di Alessandro Magno si disponeva di un segno speciale, consistente in due piccoli cunei disposti obliquamente

Ciò vuol dire che i babilonesi dell'antichità non giunsero mai a un sistema le cui cifre avessero un valore posizionale assoluto.




Vantaggio: moltiplicazione "floating point"!

# Reciproci

- Reciprocals play a significant role in Mesopotamian mathematics since division is performed as "multiplication by the reciprocal". An important skill for a Mesopotamian scribe was the ability to find reciprocals, and there are a number of algorithms for achieving this.

- The product of a number and its reciprocal is 1. For any number $n$, we let $n$ denote the reciprocal. Then $nn = 1$. In Mesopotamia, the notion of the "reciprocal" only appears after the introduction of the abstract sexagesimal system, which utilizes a relative place value. No absolute scale of the numbers is indicated and so, in effect, we treat as a number and its reciprocal any pair of numbers whose product is a power of 60, and hence denoted by 1 in the sexagesimal system.

- For example, the reciprocal of 2 is 30 because $2 \cdot 30 = 1$ in sexagesimal notation. Similarly, the reciprocal of 4 is 15, etc.

# Tavole di reciproci

There is evidence from early examples of reciprocal tables from the Ur III period (2100-2000 a.C.) that these pairs were thought of as factors of 60.

| $n$ | $\overline{n}$ | $n$ | $\overline{n}$ | $n$ | $\overline{n}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 30 | 16 | 3,45 | 45 | 1,20 |
| 3 | 20 | 18 | 3,20 | 48 | 1,15 |
| 4 | 15 | 20 | 3 | 50 | 1,12 |
| 5 | 12 | 24 | 2,30 | 54 | 1,6,40 |
| 6 | 10 | 25 | 2,24 | 1 | 1 |
| 8 | 7,30 | 27 | 2,13,20 | 1,4 | 56,15 |
| 9 | 6,40 | 30 | 2 | 1,12 | 50 |
| 10 | 6 | 32 | 1,52,30 | 1,15 | 48 |
| 12 | 5 | 36 | 1,40 | 1,20 | 45 |
| 15 | 4 | 40 | 1,30 | 1,21 | 44,26,40 |

TABLE 1. The standard table of reciprocals

# Algoritmi numerici

Physical evidence exists that the Babylonians had a method of calculating the square root of some numbers as early as 2000 years before the birth of Christ.

The ancient Babylonian method seems to be the same as the method frequently taught in school text books.  The method is also called Newton’s method, and the divide-and-average method.

# Calcolo della radice quadrata

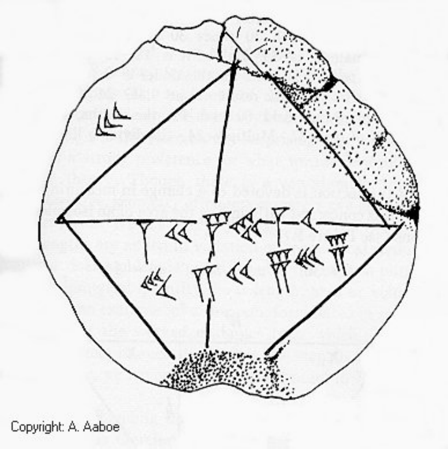
The method is an iterative method which involves the following steps:

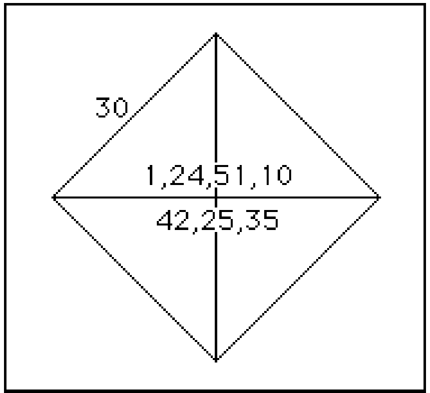
1) Guess a number for the square root
2) Divide the number by the guess
3) Average the original guess and the new guess
4) Make this average value your new "guess" and
5) Go back to step 2…..

In modern notations, to compute $\sqrt{a}$:

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right), \quad \text{for } n = 0, 1, 2, \ldots.$$

# La tavoletta YBC 7289 (1800–1600 a.C.)

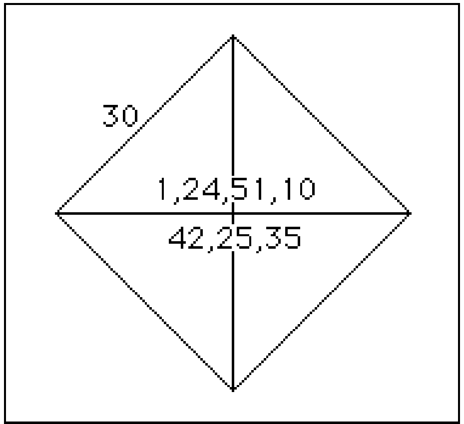




The Yale tablet

# Il teorema di Pitagora... mille anni prima di Pitagora!

Assuming that the first number is 1; 24,51,10 then converting this to a decimal gives 1.414212963 while √2 = 1.414213562.

Calculating 30 x [ 1;24,51,10 ] gives 42;25,35 which is the second number. The diagonal of a square of side 30 is found by multiplying 30 by the approximation to √2.




The Yale tablet

# La Grecia

Macedon
Pella
Amphipolis
Eion
Thasos
Samothrace
Chersonese
Aegospotamos
Chalcidice
Olynthus
Mount Athos
Imbros
Abydos
Hellespont
Phrygia
Mount Olympus
2917 m
Potidaea
Mende
Torone
2033 m
Lemnos
Scione
2637 m
Epirus
Pindus Range
Troas
Mt Ossa
1978 m
Larissa
Crannon
Pelion
1651 m
Magnesia
AEGEAN
Northern
Corcyra
Thessalia
Pheres
Pharsalus
Phthiotis
Lesbos
Mysia
Ambracia
SEA
IONIAN
Malis
Sporades
Arginusae
Trachis
Cape Artemisium
Skyros
Aeolis
Lydia
Leucas
Thermopylae
Acarnania
Aetolia
Mount Parnassus
2457 m
Delphi
Chaeronea
Euboea
Eretria
Delium
SEA
Sardis
Ithaca
Naupactus
Coronea
Thebes
Tanagra
Plataea
Leuctra
Marathon
Chios
Gulf of Calydon
Gulf of Corinth
Cephalonia
Achaia
Sicyon
Megara
Athens
Ionia
Ephesus
Elis
Corinth
Salamis
Andros
Samos
Elis
Saronic
Attica
Olympia
Mycenae
Epidaurus
Aegina
Ceos
Icaria
Zacynthus
Arcadia
Argolis
Mantinea
Argos
Troezen
Gulf
Tenos
Cape Mycale
Syros
Mykonos
Delos
Southern
Miletus
Caria
Peloponnese
Gulf of Argolis
Cythnos
Sporades
Mount Ithome
Seriphos
Paros
Messene
Sparta
Naxos
Pylos
Calydna
Sphacteria
Laconia
Siphnos
Cyclades
Amorgos
Cos
Gulf of Messenia
Gulf of Laconia
Melos
Ios
Doris
Astypalaea
Telos
Thera
Anaphe
Rhodes
Cythera
Carpathos
Mount Ida
Cnossus
2456 m
CRETE
0
150 km
100 mi
20°
22°
24°
26°
28°
40°
38°
36°

# Il sistema greco

- There were no single Greek national standards in the first millennium BC. since the various island states prided themselves on their independence.

- This meant that they each had their own currency, weights and measures etc.

- These in turn led to small differences in the number system between different states since a major function of a number system in ancient times was to handle business transactions.

# Il sistema acrofonico
# (o "attico")

- The first Greek number system we examine is their *acrophonic system* which was use in the first millennium BC.
- "Acrophonic" means that the symbols for the numerals come from the first letter of the number name, so the symbol has come from an abreviation of the word which is used for the number.
- Here are the symbols for the numbers 5, 10, 100, 1000, 10000 (number one was denoted as "I"):

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Γ | Δ | Η | Χ | Μ |
| Pente | Deka | Hekaton | Khilioi | Murioi |
| Πεντε | Δεκα | Ηεκατον | Χιλιοι | Μυριοι |
| 5 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |

# Sistema additivo

- The system was based on the additive principle in a similar way to Roman numerals.
- Here is 1-10 in Greek acrophonic numbers.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ι | ΙΙ | ΙΙΙ | ΙΙΙΙ | Π | ΠΙ | ΠΙΙ | ΠΙΙΙ | ΠΙΙΙΙ | Δ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

1 - 10 in Greek acrophonic numbers

- Writing bigger numbers:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Δ | 𐅄 | Η | 𐅅 | Χ | 𐅆 | Μ | 𐅇 |
| 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 | 5000 | 10000 | 50000 |

Higher numbers and combining acrophonic numerals

# Il sistema alfabetico (o “ionico”)

There are 24 letters in the classical Greek alphabet and these were used together with 3 older letters which have fallen out of use.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| alpha | Α | α | ksi | Ξ | ξ |
| beta | Β | β | omicron | Ο | ο |
| gamma | Γ | γ | pi | Π | π |
| delta | Δ | δ | koppa | - | - |
| epsilon | Ε | ε | rho | Ρ | ρ |
| digamma | - | - | sigma | Σ | σ |
| zeta | Ζ | ζ | tau | Τ | τ |
| eta | Η | η | upsilon | Υ | υ |
| theta | Θ | θ | phi | Φ | φ |
| iota | Ι | ι | chi | Χ | χ |
| kappa | Κ | κ | psi | Ψ | ψ |
| lambda | Λ | λ | omega | Ω | ω |
| mu | Μ | μ | san | - | - |
| nu | Ν | ν | | | |

# Il sistema alfabetico (o “ionico”)

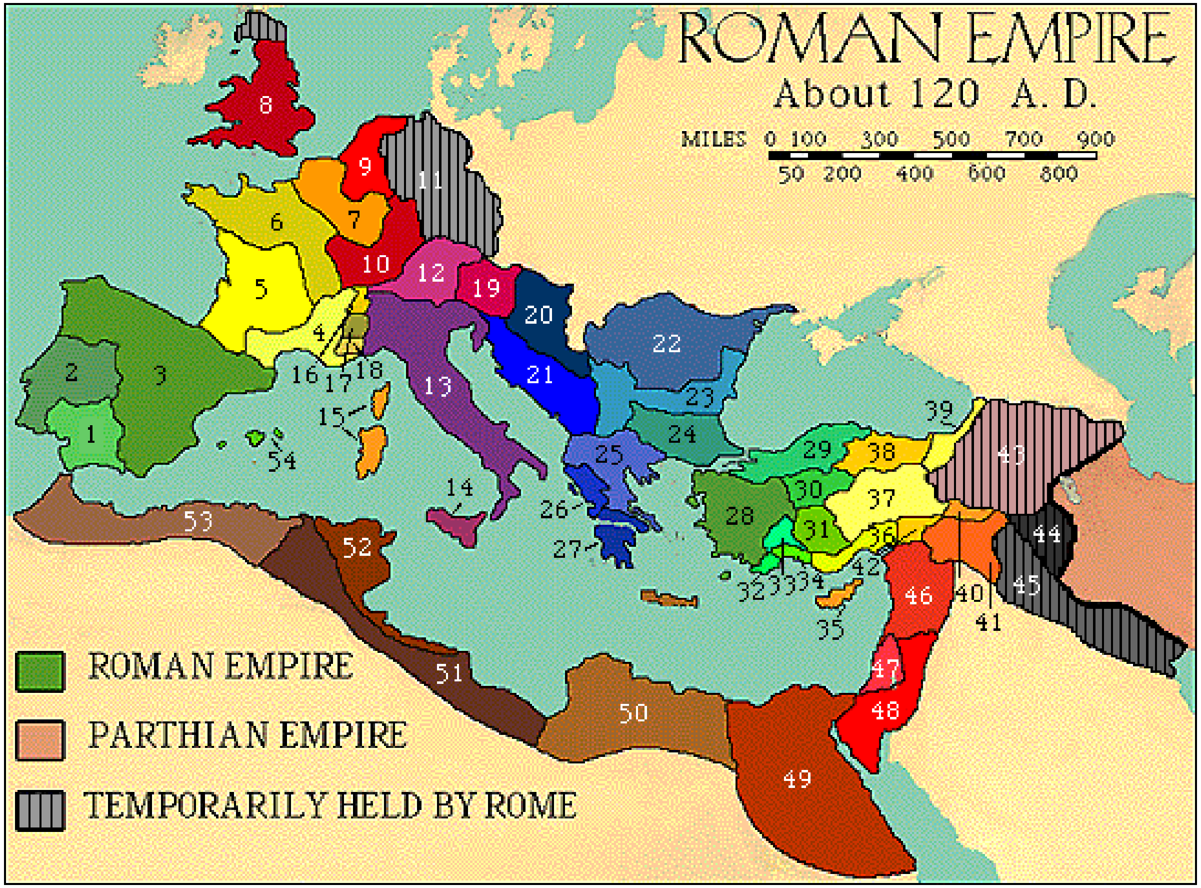
Il sistema ionico probabilmente era stato in uso fino dal V secolo a.C. Una delle ragioni che inducono a far risalire le origini di tale notazione a un'epoca così lontana è l'uso di ventisette lettere dell'alfabeto:

- nove per i numeri inferiori a 10
- nove per i multipli di 10 inferiori a 100
- nove per i multipli di 100 inferiori a 1000.

L'alfabeto greco dell'Età classica contiene solo ventiquattro lettere, pertanto si dovette far uso di un alfabeto più antico che comprendeva le lettere arcaiche stigma, coppa e sampi.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| α | alpha | 1 | ι | iota | 10 | ρ | rho | 100 |
| β | beta | 2 | κ | kappa | 20 | σ | sigma | 200 |
| γ | gamma | 3 | λ | lambda | 30 | τ | tau | 300 |
| δ | delta | 4 | μ | mu | 40 | υ | upsilon | 400 |
| ε | epsilon | 5 | ν | nu | 50 | φ | phi | 500 |
| ς | stigma | 6 | ξ | xi | 60 | χ | chi | 600 |
| ζ | zeta | 7 | ο | omicron | 70 | ψ | psi | 700 |
| η | eta | 8 | π | pi | 80 | ω | omega | 800 |
| θ | theta | 9 | ϙ | coppa | 90 | ϡ | sampi | 900 |

# Roma


ROMAN EMPIRE
About 120 A. D.
MILES 0 100 300 500 700 900
50 200 400 600 800
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
ROMAN EMPIRE
PARTHIAN EMPIRE
TEMPORARILY HELD BY ROME

# I numeri romani

| I | II | III | IV | V | X | L | C | IↃ | CIↃ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 |

E' da notare che il segno del 500 non è altro che la metà del segno del 1000 e finì col modificarsi in una **D**, come il secondo in una **M**.

In base alla tabella, per esempio, si ha:
XXX = 10 + 10 + 10 = 30
XII = 10 + 1 + 1 = 12
CXXIII = 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 123
MMMCCVII = 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 5 + 1 + 1 = 3207.

La notazione romana è perciò un esempio di sistema a legge **additiva**.

# Sistema additivo-sottrattivo

Di regola si usa il numero più grande possibile, così **15** si scrive **XV** e non **VVV** o **XIIIII**. Da ciò segue che i numeri sono sempre posti da sinistra a destra in ordine decrescente. Questo potrebbe portare alla scrittura di una lunga successione di simboli: per esempio, per indicare **99**, si dovrebbe scrivere **LXXXXVIIII**.

In certi casi, quindi, la notazione romana usa anche la notazione **sottrattiva**, quando, per esempio, denota il **4** con **IV** cioè con 5-1. In generale, si può dire che nella notazione romana una cifra che stia immediatamente a sinistra di un'altra che indica un numero maggiore va intesa in senso sottrattivo.

# E per fare i calcoli?

E' evidente che operare con i numeri romani è abbastanza difficile. A parte alcuni casi, in cui l'operazione si riduce a una semplice riscrittura dei simboli.

Esempio:

CXXI + CXII=CCXXXIII

XVI + VII=XXIII

XVII - VI=XI

CXII x II=CCXXIV

Le cose si complicano quando si deve operare con numeri in notazione sottrattiva:

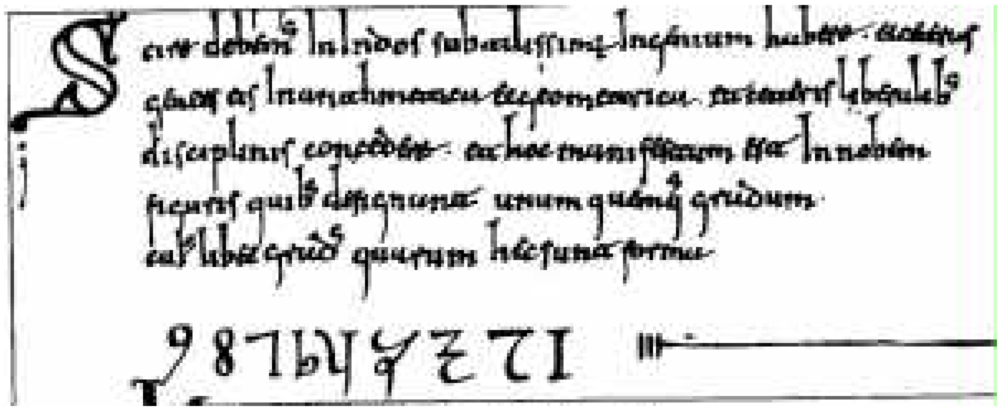
MCMXCVI + XIV=MCMXCXX=MCMCX=MMX

Esempio:

CMXLV = -100 +1000 -10 +50 +5 = 945

1492 = +1000 +400 +90 +2 = +1000 +(-100+500) +(-10+100) +2 = MCDXCII

# Il nostro sistema di numerazione



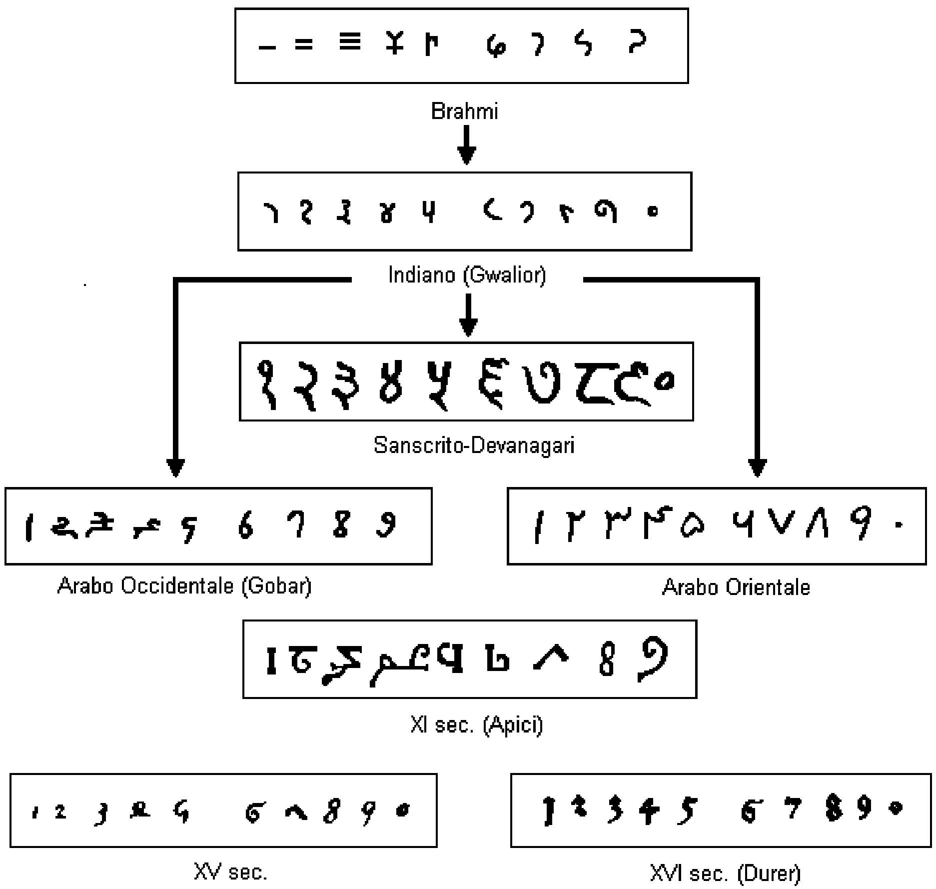
**Codex Vigilanus:** viene considerato il più antico testo europeo contenente le nostre cifre decimali (risale al 976 d.C.). Si nota che ancora non compare un simbolo per rappresentare lo zero.

# Origini indo-arabe

- Le origini dell'attuale sistema di numerazione, il sistema posizionale decimale, non sono del tutto chiare. Gli studiosi concordano comunque sul fatto che furono gli indiani, forse nel VI sec. d.C., ad ideare il sistema di numerazione decimale posizionale, che fu trasmesso in Europa dagli arabi.

- Fu probabilmente l'abaco a suggerire agli indiani il sistema posizionale. Per indicare le righe prive di sassolini, gli indiani pensarono di usare un puntino, così come noi oggi usiamo lo *zero*.

# Possibile albero genealogico
## (K. Menninger, 1957)




***Brahmi:*** arcaico linguaggio indiano del X sec. a.C.

***Indiano antico:*** si data intorno al VI sec. d.C.

***Sanscrito-Devanagari:*** un linguaggio indiano del VII-XII secc. d.C.

***Arabo antico:*** risale al VIII-X sec. d.C.

# Fibonacci

- In Europa, tra i personaggi che maggiormente contribuirono ad introdurre il nuovo sistema di numerazione decimale attorno al XIII sec. d.C. va sicuramente menzionato Leonardo Pisano (1170-1250), detto Fibonacci.

- Con il suo *Liber Abaci* (1228) presentò il sistema posizionale con gli algoritmi per le operazioni evidenziando i notevoli vantaggi del metodo.

# Operazioni con la virgola

La notazione posizionale e la virgola decimale facilitano notevolmente le operazioni con i numeri non interi.

L'introduzione della virgola e delle cifre decimali permise di raffinare il sistema decimale per la rappresentazione di quantità non intere rendendolo ancora più vantaggioso rispetto agli altri metodi.

La moltiplicazione di 42,53 e 7,689 non è essenzialmente più difficile della moltiplicazione dei numeri interi 4253 e 7689, poiché, a parte la gestione della virgola, vengono utilizzati i medesimi procedimenti di calcolo.

I primi documenti che evidenziano l'impiego della virgola sono *De planis triangulis* (1592) di Giovanni Antonio Magini (1555-1617), un astronomo amico di Keplero e una tavola dei seni (1593) di Cristoforo Clavio (1537-1612), un gesuita amico di Keplero.

- ```
  ------------------
  |       4253 x   |
  |       7689 =   |
  |   -----------  |
  |      38277     |
  |     34024      |
  |    25518       |
  |   29771        |
  |   -----------  |
  |   32701317     |
  ------------------
  ```
- ```
  ------------------
  |      42,53 x   |
  |      7,689 =   |
  |   -----------  |
  |      38277     |
  |     34024      |
  |    25518       |
  |   29771        |
  |   -----------  |
  |  327,01317     |
  ------------------
  ```

# Riferimenti


M. R. Williams. *A History of Computing Technology.* IEEE Computer Society Press, 1997 (2nd Edition).

C. B. Boyer. *A History of Mathematics.* John Wiley & Sons, 1968. (Trad. it.: *Storia della matematica*, Mondadori, 1980.)

M. Kline. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times.* Oxford University Press, 1972. (Trad it.: *Storia del pensiero matematico, Vol. 1*, Einaudi, 1999.)

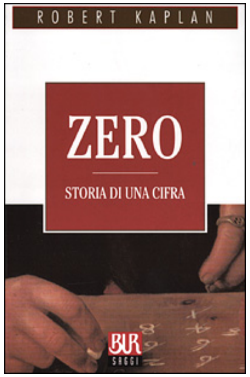
D. J. Sturk. *A Concise History of Mathematics*. Dover, 1987 (4th Edition).

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Indexes/HistoryTopics.html

http://www.dimi.uniud.it/~cicloinf/mostra/Pagina03.html

# Spunti per approfondimenti

- Storia dello zero




- Algoritmi in era babilonese (p. es. D. E. Knuth)

- Sistemi di numerazione orientali (Cina, India, Arabia, etc.)