

**Analisi e Progetto di Algoritmi**  
a.a. 2006/07

**Parte I**

1. Si costruisca un grafo (non-orientato) aciclico  $k$ -regolare, o si dimostri che un tale grafo non esiste, per  $k=1, 2, 3$ .
2. Si scriva l'algoritmo di Kruskal per il problema degli alberi di copertura minimi e si fornisca la sua complessità computazionale.
3. Siano  $(S', T')$  e  $(S'', T'')$  due tagli di una rete di flusso  $G$ . E' possibile avere  $c(S', T') < f(S'', T'')$ ? Perché?
4. Si definisca la nozione di "riducibilità polinomiale" tra problemi ( $\leq_P$ ) e si stabilisca quale delle seguenti affermazioni è vera (e quale è falsa), giustificando le risposte:
  - (a) CLIQUE  $\leq_P$  3-SAT-FNC
  - (b) 3-SAT-FNC  $\leq_P$  CLIQUE
  - (c) ISOMORFISMO-DI-GRAFI  $\leq_P$  CLIQUE
  - (d) CLIQUE  $\leq_P$  ISOMORFISMO-DI-GRAFI

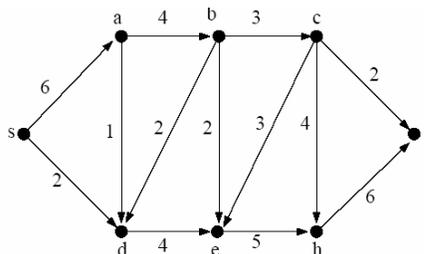
**Parte II**

1. Si stabilisca cosa fa il seguente algoritmo:

```
MyAlgorithm( $G, w$ )  
1   for each  $u \in V[G]$  do  
2       Init_Single_Source( $G, u$ )  
3        $S \leftarrow \emptyset$   
4        $Q \leftarrow V[G]$   
5       while  $|Q| > 1$  do  
6            $v \leftarrow \text{Extract\_Min}(Q)$   
7            $S \leftarrow S \cup \{v\}$   
8           for each  $z \in \text{adj}[v]$  do  
9               if  $z \in Q$  then Relax( $v, z, w(v, z)$ )
```

dove  $G$  è un grafo orientato e  $w$  è la corrispondente funzione peso (sugli archi), dimostrandone la correttezza. Si ricavi inoltre la sua complessità computazionale.

2. Si determini un flusso massimo nella seguente rete di flusso (con sorgente  $s$  e pozzo  $t$ )



utilizzando l'algoritmo di Edmonds-Karp e simulandone accuratamente l'esecuzione

3. Si dimostri che 3-SAT-FNC è NP-completo.