

# Analisi e Progetto di Algoritmi

a.a. 2006/07

Compito del 27/6/2007

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

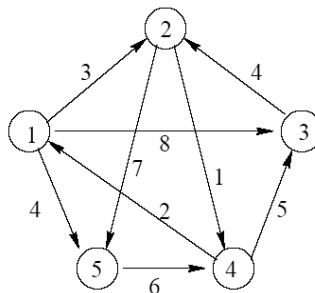
Matricola: \_\_\_\_\_ E-mail: \_\_\_\_\_

## Parte I

1. Sia  $A$  la matrice di adiacenza di un grafo orientato  $G=(V,E)$  e si consideri la matrice  $B=AA^T$ , dove  $A^T$  indica la trasposta di  $A$ . Cosa rappresenta l'elemento  $b_{ij}$  della matrice  $B$ ? (Suggerimento: si consideri, per ogni vertice  $i \in V$ , l'insieme  $N(i)=\{j \in V \mid (i,j) \in E\}$ .)
2. Sia  $G=(V,E)$  un grafo non orientato pesato sugli archi e siano:
  - $(u,v) \in E$  un arco di peso minimo;
  - $(S,T)$  un taglio di  $G$  tale che  $u,v \in S$ ;
  - $(x,y) \in E$  un arco leggero che attraversa il taglio.Possiamo affermare che gli archi  $(u,v)$  e  $(x,y)$  appartengono ad un albero di copertura minimo? Perché?
3. Sia  $G=(V,E)$  una rete di flusso con capacità  $c : V \times V \rightarrow \mathbf{R}_+$  e siano  $f$  e  $g$  due flussi di  $G$  con  $g(u,v) \leq c(u,v) - f(u,v)$  per ogni  $(u,v) \in E$ . Si consideri la funzione  $h = f + g$ . Possiamo affermare che  $h$  è un flusso di  $G$ ? Perché?
4. Si definisca la relazione di "riducibilità polinomiale" tra problemi ( $\leq_P$ ) e si stabilisca se soddisfa le seguenti proprietà: a) riflessiva, b) simmetrica, c) transitiva (giustificando tecnicamente le risposte).

## Parte II

1. Si scriva l'algoritmo di Bellman-Ford, si dimostri la sua correttezza, si fornisca la sua complessità computazionale e si simuli accuratamente la sua esecuzione sul seguente grafo (utilizzando il vertice 1 come sorgente):



2. Si scriva l'algoritmo di Floyd-Warshall, si dimostri la sua correttezza, si fornisca la sua complessità computazionale e si simuli accuratamente la sua esecuzione sul grafo precedente.
3. Si definisca il problema decisionale CLIQUE e si dimostri che è NP-completo. Si mostri inoltre che ISOMORFISMO-DI-GRAFI  $\leq_P$  CLIQUE. Da questo, possiamo affermare che ISOMORFISMO-DI-GRAFI è NP-completo? Perché?