

Analisi e Progetto di Algoritmi

a.a. 2005/06

Compito del 26/1/2007

Cognome: _____ Nome: _____

Matricola: _____ E-mail: _____

Parte I

1. Sia $G=(V,E)$ un grafo non orientato con n vertici, e sia k una costante intera con $k \geq 1$. Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa: "Se $\deg(u) \geq n/k$ per ogni vertice $u \in V$, allora G ha al più k componenti connesse." Nel primo caso si fornisca una dimostrazione, nel secondo un controesempio.
2. Si vuole applicare l'algoritmo di Dijkstra su: (a) una foresta; (b) un grafo completo. Come conviene realizzare la coda con priorità Q (contenente i vertici non ancora esaminati) nei due casi? Con heap binario o array lineare? (Giustificare le risposte.)
3. Si descriva il problema dell'abbinamento massimo in un grafo bipartito, e si mostri (con un esempio) come è possibile trasformarlo in uno di flusso massimo.
4. Si definiscano le classi di complessità P, NP e NPC e si dica quale delle seguenti affermazioni è vera (giustificando le risposte):
(a) $NP \subseteq P$ (b) $P \subseteq NP$ (c) $P \cap NPC \neq \emptyset$ (d) $NP \neq P \Rightarrow P \cap NPC = \emptyset$

Parte II

1. La seguente tabella fornisce le distanze (in unità di 100 miglia) tra gli aeroporti delle città di Londra, Città del Messico, New York, Parigi, Pechino e Tokyo:

	L	CM	NY	Pa	Pe	T
L	–	56	35	2	51	60
CM	56	–	21	57	78	70
NY	35	21	–	36	68	68
Pa	2	57	36	–	51	61
Pe	51	78	68	51	–	13
T	60	70	68	61	13	–

Utilizzando l'algoritmo di Prim, si determini un albero di copertura minimo per il grafo corrispondente.

2. Si scriva l'algoritmo di Bellman-Ford per determinare i cammini minimi in un grafo orientato, se ne dimostri la correttezza e si determini la sua complessità computazionale.
3. Si determini un taglio minimo nella seguente rete di flusso (con sorgente s e pozzo t), utilizzando l'algoritmo di Edmonds-Karp e simulandone l'esecuzione:

