

Analisi e Progetto di Algoritmi

a.a. 2005/06

Compito del 20/2/2007

Cognome: _____ Nome: _____

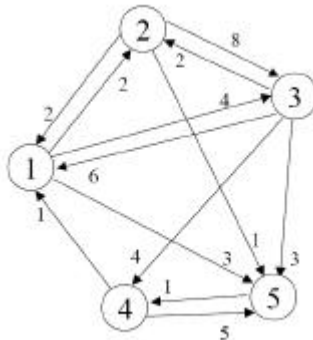
Matricola: _____ E-mail: _____

Parte I

1. Si forniscano tre condizioni *necessarie* perché due grafi siano isomorfi. Si mostri inoltre, con esempi, che tali condizioni non sono sufficienti.
2. Sia $G=(V,E)$ un grafo orientato con funzione peso $w:E \rightarrow \mathbf{R}$ e si indichi con $d(u,v)$ il peso di cammino minimo tra due vertici u e v . Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa (fornendo una dimostrazione nel primo caso e un controesempio nel secondo): «Per ogni vertice $x \in V$ e per ogni arco $(u,v) \in E$, si ha $d(x,v) = d(x,u) + w(u,v)$ ».
3. Sia f un flusso in una rete di flusso $G=(V,E)$ e G_f la corrispondente rete residua. Si mostri che se g_1 e g_2 sono flussi in G_f , allora la funzione $f + ag_1 + (1-a)g_2$ (con $0 \leq a \leq 1$) è un flusso in G .
4. Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa (fornendo una dimostrazione nel primo caso e un controesempio nel secondo): «Se $P \cap NPC \neq \emptyset$, allora $P = NP$ ».

Parte II

1. Si scriva l'algoritmo di Dijkstra per determinare i cammini minimi in un grafo orientato, se ne dimostri la correttezza e si determini la sua complessità computazionale.
2. Si scriva l'algoritmo di Floyd-Warshall per il problema dei cammini minimi tra tutte le coppie, se ne dimostri la correttezza e si fornisca la sua complessità computazionale. Si simuli inoltre la sua esecuzione sul seguente grafo:



3. Si scriva l'algoritmo di Ford-Fulkerson per determinare un flusso massimo in una rete di flusso e si discuta dettagliatamente della sua: a) terminazione, b) correttezza e c) complessità computazionale. L'algoritmo è polinomiale? In caso negativo, come si può rendere tale? Si simuli infine la sua esecuzione sulla seguente rete di flusso interpretando i pesi sugli archi come capacità e utilizzando i vertici 1 e 6 come sorgente e pozzo, rispettivamente.

