

# Analisi e Progetto di Algoritmi

a.a. 2005/06

## Compito del 20/2/2007

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

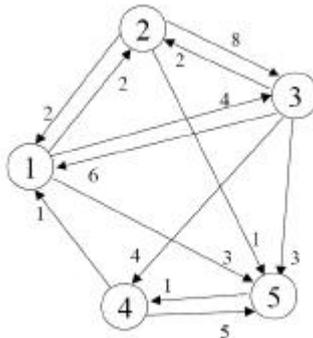
Matricola: \_\_\_\_\_ E-mail: \_\_\_\_\_

### Parte I

1. Si forniscano tre condizioni *necessarie* perché due grafi siano isomorfi. Si mostri inoltre, con esempi, che tali condizioni non sono sufficienti.
2. Sia  $G=(V,E)$  un grafo orientato con funzione peso  $w:E \rightarrow \mathbf{R}$  e si indichi con  $d(u,v)$  il peso di cammino minimo tra due vertici  $u$  e  $v$ . Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa (fornendo una dimostrazione nel primo caso e un controesempio nel secondo): «Per ogni vertice  $x \in V$  e per ogni arco  $(u,v) \in E$ , si ha  $d(x,v) = d(x,u) + w(u,v)$ ».
3. Sia  $f$  un flusso in una rete di flusso  $G=(V,E)$  e  $G_f$  la corrispondente rete residua. Si mostri che se  $g_1$  e  $g_2$  sono flussi in  $G_f$ , allora la funzione  $f + ag_1 + (1-a)g_2$  (con  $0 \leq a \leq 1$ ) è un flusso in  $G$ .
4. Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa (fornendo una dimostrazione nel primo caso e un controesempio nel secondo): «Se  $P \cap NPC \neq \emptyset$ , allora  $P = NP$ ».

### Parte II

1. Si scriva l'algoritmo di Dijkstra per determinare i cammini minimi in un grafo orientato, se ne dimostri la correttezza e si determini la sua complessità computazionale.
2. Si scriva l'algoritmo di Floyd-Warshall per il problema dei cammini minimi tra tutte le coppie, se ne dimostri la correttezza e si fornisca la sua complessità computazionale. Si simuli inoltre la sua esecuzione sul seguente grafo:



3. Si scriva l'algoritmo di Ford-Fulkerson per determinare un flusso massimo in una rete di flusso e si discuta dettagliatamente della sua: a) terminazione, b) correttezza e c) complessità computazionale. L'algoritmo è polinomiale? In caso negativo, come si può rendere tale? Si simuli infine la sua esecuzione sulla seguente rete di flusso interpretando i pesi sugli archi come capacità e utilizzando i vertici 1 e 6 come sorgente e pozzo, rispettivamente.

