

Analisi e Progetto di Algoritmi

a.a. 2007/08

Compito del 19/06/2008

Cognome: _____ Nome: _____

Matricola: _____ E-mail: _____

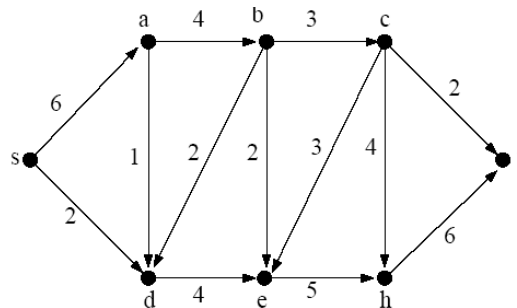
Nota: Risposte prive di adeguata giustificazione e simulazioni di algoritmi svolte in modo approssimativo e/o superficiale non verranno presi in considerazione ai fini della valutazione del compito.

Parte I

1. Sia $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ un insieme di n punti nel piano tali che la distanza tra una qualsiasi coppia di punti sia maggiore o uguale a 1. Si mostri che ci sono al più $3n$ coppie di punti la cui distanza è esattamente uguale a 1. (Suggerimento: si costruisca un grafo su S in cui x_i e x_j sono adiacenti se e solo se sono a distanza 1 e si mostri che nessun vertice può avere grado maggiore di 6.)
2. Si scriva l'algoritmo di Kruskal per il problema degli alberi di copertura minimi e si fornisca la sua complessità computazionale.
3. Sia f un flusso in una rete di flusso $G = (V, E)$ e G_f la corrispondente rete residua. Si mostri che se g_1 e g_2 sono due flussi in G_f , allora $f + \alpha g_1 + (1 - \alpha)g_2$, con $0 \leq \alpha \leq 1$, è un flusso in G .
4. Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa: «ISOMORFISMO-DI-GRAFI \in NP».

Parte II

1. Si descriva dettagliatamente l'algoritmo di Dijkstra (e le procedure esterne utilizzate) e si stabilisca se è in grado di trovare correttamente i cammini minimi da un vertice sorgente s in un grafo orientato pesato G in cui: 1) gli archi che escono da s hanno pesi negativi, 2) tutti gli altri pesi degli archi non sono negativi, 3) non esistono cicli di peso negativo raggiungibili da s . In caso affermativo fornire una dimostrazione, in caso negativo un controesempio.
2. Si descriva l'algoritmo di Ford-Fulkerson per determinare un flusso massimo in una rete di flusso e si discuta dettagliatamente della sua: a) terminazione, b) correttezza e c) complessità computazionale. L'algoritmo è polinomiale? In caso negativo, come si può rendere tale? Infine, si simuli accuratamente la sua esecuzione sulla seguente rete di flusso (con sorgente s e pozzo t):



3. Si definisca il problema INDEPENDENT-SET e si dimostri che si tratta di un problema NP-completo.