

Analisi e Progetto di Algoritmi

a.a. 2005/06

Compito del 17/6/2005

Cognome: _____ Nome: _____

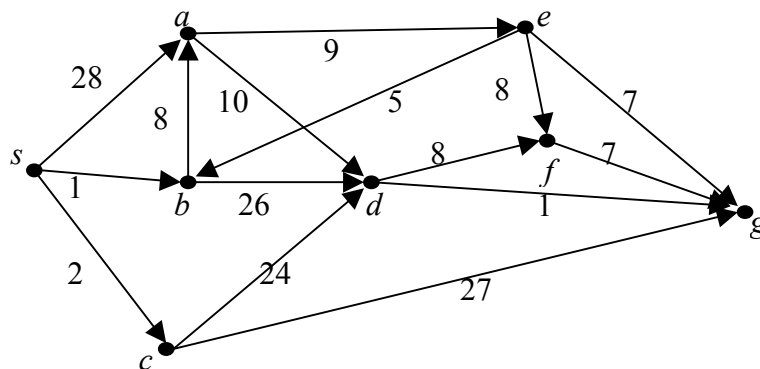
Matricola: _____ E-mail: _____

Parte I

1. Si forniscano tre condizioni *necessarie* perché due grafi siano isomorfi. Si mostri inoltre, con esempi, che tali condizioni non sono sufficienti.
2. Si scriva l'algoritmo di Prim per il problema degli alberi di copertura minimi e si fornisca la sua complessità computazionale.
3. Si scriva un algoritmo per determinare se in un grafo orientato pesato esistono cicli di peso positivo raggiungibili da un determinato vertice s . (In altri termini, l'algoritmo dovrà fornire TRUE in caso affermativo e FALSE in caso contrario.) Si fornisca inoltre la sua complessità computazionale.
4. Data una rete di flusso $G=(V,E)$, siano f e g due flussi in G e sia h la funzione da $V \times V$ in \mathbf{R} definita come segue: $h(u,v) = (f(u,v) + 2g(u,v))/3$, per tutti gli $u,v \in V$. Stabilire se h è un flusso in G , giustificando "tecnicamente" la risposta.
5. Si stabilisca se il seguente ragionamento è errato o meno: «Il problema di determinare un abbinamento massimo in un grafo bipartito può essere ridotto polinomialmente al problema di determinare un flusso massimo in una rete di flusso. Il problema del flusso massimo appartiene a P. Quindi, il problema dell'abbinamento massimo appartiene a NP.»

Parte II

1. Si scriva l'algoritmo di Dijkstra (e le procedure esterne utilizzate) per il problema dei cammini minimi con sorgente singola, si fornisca la sua complessità computazionale, e si simuli la sua esecuzione sul seguente grafo, usando il vertice s come sorgente:



2. Si scriva l'algoritmo basato sulla "moltiplicazione di matrici" per il problema dei cammini minimi tra tutte le coppie, si fornisca la sua complessità computazionale, e si simuli la sua esecuzione sul grafo dell'esercizio precedente.
3. Si enunci e si dimostri il teorema "flusso massimo/taglio minimo". Nel caso in cui ci si avvalga di lemmi intermedi si enuncino e si dimostrino anche questi.