

Analisi e Progetto di Algoritmi

a.a. 2006/07

Compito del 16/7/2007

Cognome: _____ Nome: _____

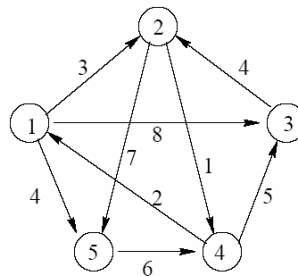
Matricola: _____ E-mail: _____

Parte I

1. Sia A la matrice di adiacenza di un grafo orientato $G=(V,E)$ e si consideri la matrice
$$B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^k$$
dove $A^k = A \times A \times \dots \times A$ (k volte). Cosa rappresenta l'elemento b_{ij} della matrice B ?
2. Si dimostri che in un grafo orientato pesato sugli archi i sottocammini dei cammini minimi sono anch'essi minimi.
3. Si dimostri che se f è un flusso in una rete di flusso G con sorgente s e pozzo t , e se (S,T) è un taglio in G , allora il flusso netto attraverso (S,T) è $f(S,T) = |f|$.
4. Si definiscano le classi di complessità P , NP , NPC , e si dica quali delle seguenti affermazioni è vera (giustificando le risposte):
(a) $NP \subseteq P$ (b) $P \cap NP = P$ (c) $P \cup NPC = NP$ (d) $P \cap NPC \neq \emptyset$

Parte II

1. Si scriva l'algoritmo di Dijkstra, si dimostri la sua correttezza, si fornisca la sua complessità computazionale e si simuli accuratamente la sua esecuzione sul seguente grafo (utilizzando il vertice 1 come sorgente):



2. Si scriva l'algoritmo di "moltiplicazione di matrici" per determinare i cammini minimi tra tutte le coppie, si dimostri la sua correttezza, si fornisca la sua complessità computazionale e si simuli accuratamente la sua esecuzione sul grafo precedente.
3. Si definisca il problema decisionale 3-SAT-FNC e si dimostri che è NP-completo. Si stabilisca inoltre quale delle seguenti affermazioni è vera (e quale è falsa), giustificando le risposte:
(a) $CLIQUE \leq_P 3\text{-SAT-FNC}$
(b) $ISOMORFISMO-DI-GRAFI \leq_P 3\text{-SAT-FNC}$
(c) $3\text{-SAT-FNC} \leq_P ISOMORFISMO-DI-GRAFI$
(d) $CICLO-NEGATIVO \leq_P 3\text{-SAT-FNC}$
(e) $3\text{-SAT-FNC} \leq_P CICLO-NEGATIVO$
(f) $3\text{-SAT-FNC} \leq_P GRAFO-HAMILTONIANO$ dove $CICLO-NEGATIVO$ è il seguente problema decisionale "Dato un grafo orientato e pesato sugli archi e un vertice sorgente, stabilire se ci sono cicli di peso negativo raggiungibili dalla sorgente".