

# Tutorato di architettura degli elaboratori

## Rappresentazione dei numeri

Andrea Gasparetto – [andrea.gasparetto@unive.it](mailto:andrea.gasparetto@unive.it)

### Esercizi Conversione Binario -> Decimale

$$140_5 = 1 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 0 \times 5^0 = 45_{10}$$

$$7436_8 = 7 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^0 = 7 \times 512 + 4 \times 64 + 3 \times 8 + 6 = 3870_{10}$$


$$1011101_2 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^0 = 93_{10}$$

$$328_9 = 3 \times 9^2 + 2 \times 9^1 + 8 \times 9^0 = 269_{10}$$

### Esercizi Conversione Decimale -> Base B

10 => 2

127	1
63	1
31	1
15	1
7	1
3	1
1	1
0	//



$$127_{10} = 1111111_2$$

10 => 5

127	2
25	0
5	0
1	1
0	//

$$127_{10} = 1002_5$$

10 => 8

127	7
15	7
1	1
0	//

$$127_{10} = 177_8$$

### Conversione da Base b a Base d (multipli di 2)

2 => 8

011	101	010	111
3	5	2	7

2 => 16

A	F	5	9
1010	1111	0101	1001

8 => 2

7	7	2	1	6
111	111	010	001	110

### Somma numeri naturali

183 + 63 = 246, nessun overflow

	1	1	1	1	1	1		
1	0	1	1	0	1	1	1	+
0	0	1	1	1	1	1	1	=
1	1	1	1	0	1	1	0	

137 + 241 = 378, OVERFLOW

1						1		
1	0	0	0	1	0	0	1	+
1	1	1	1	0	0	0	1	=
0	1	1	1	1	0	1	0	

Se consideriamo queste somme come somme di numeri rappresentati in complemento a 2, otteniamo le operazioni

(-73) + 63 = -10

0	0	1	1	1	1	1	1	
	1	0	1	1	0	1	1	+
	0	0	1	1	1	1	1	=
	1	1	1	1	0	1	0	

Per verificare se si è verificato un overflow, è sufficiente osservare se gli ultimi due riporti sono concordi. In questo caso, il penultimo riporto è 0 (0 + 0 + 1 dato dal riporto precedente) e il secondo è 0 (1 + 0 + 0 dato dal riporto precedente). Quindi non si è verificato un overflow.

1	0	0	0	0	0	0	1		
	1	0	0	0	1	0	0	1	+
	1	1	1	1	0	0	0	1	=
	0	1	1	1	1	0	1	0	

Nel secondo caso invece, il penultimo riporto è 0, mentre l'ultimo è 1. Abbiamo quindi due riporti non concordi e di conseguenza un overflow. Alternativamente, è possibile osservare il segno degli addendi (entrambi negativi) e il segno del risultato (positivo). Se si sommano due numeri negativi, non è possibile ottenere come risultato un numero positivo, e quindi l'operazione è fallita.

### Esercizi Complemento a due (8 bit)

$$0_{10} = 00000000_2$$

$$100_{10} = 01100100_2 \Rightarrow C2 \Rightarrow 01100100_2$$

100	0
50	0
25	1
12	0
6	0
3	1
1	1
0	//

$$131_{10} \Rightarrow 10000011_2 \Rightarrow \text{non rappresentabile in complemento a 2}$$

131	1
65	1
32	0
16	0
8	0
4	0
2	0
1	1
0	//

$$-128_{10} \Rightarrow 10000000_2 \Rightarrow C1 \Rightarrow 01111111 \Rightarrow C2 \Rightarrow 10000000$$

128	0
64	0
32	0
16	0
8	0
4	0
2	0
1	1

0	//
---	----

$-50_{10} \Rightarrow 00110010_2 \Rightarrow C1 \Rightarrow 11001101 \Rightarrow C2 \Rightarrow 11001110$

50	0
25	1
12	0
6	0
3	1
1	1
0	//

### Esercizi Numeri Virgola Fissa

$25,125_{10} \Rightarrow$  Binario, 8 + 8

25	1
12	0
6	0
3	1
1	1
0	//

$25_{10} = 00011001_2$

Residuo	X2	Cifre
0.125	0.250	0
0.250	0.500	0
0.500	1.000	1
0	/	/

$0,125_{10} = 0,001_2$

$25,125_{10} = 00011001,00100000_2$

$-63,75_{10} \Rightarrow$  Binario 8 + 8

63	1
31	1
15	1
7	1
3	1
1	1
0	//

$63_{10} = 00111111_2$

Residuo	x2	Cifre
---------	----	-------

0.75	1.50	1
0.50	1.0	1
0	/	/

$$63,75_{10} = 00111111,11000000_2 \Rightarrow C1 \Rightarrow 11000000,00111111 \Rightarrow C2 \Rightarrow 11000000,01000000$$

$$-35,625_{10} \Rightarrow \text{Binario } 8 + 8$$

35	1
17	1
8	0
4	0
2	0
1	1
0	//

$$35_{10} \Rightarrow 00100011_2$$

Residuo	X2	Cifre
0.625	1.25	1
0.25	0.5	0
0.5	1.0	1
0	/	/

$$0.625_{10} \Rightarrow 0.101_2$$

$$35,625_{10} = 00100011,10100000_2 \Rightarrow C1 \Rightarrow 11011100,01011111 \Rightarrow C2 \Rightarrow 11011100,01100000 \Rightarrow -35,625$$

## Esercizi Numeri Virgola Mobile

### Esercizio 1

$$A = 2134_5 = 2 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 4 \times 5^0 = 294_{10} = 100100110_2$$

$$B = -3012_4 = -(3 \times 4^3 + 0 \times 4^2 + 1 \times 4^1 + 2 \times 4^0) = -198_{10} = 11000110_2$$

294	147	73	36	18	9	4	2	1
0	1	1	0	0	1	0	0	1

198	99	49	24	12	6	3	1
0	1	1	0	0	0	1	1

$A = 100100110 = 1.00100110 \times 2^8$ $S_A = 0$ $E_A = 8 + 127 = 135_{10} = 10000111_2$ $M_A = 1.00100110...$ $\Rightarrow 0\ 10000111\ 001001100000000000000000$	$B = 11000110 = 1.1000110 \times 2^7$ $S_B = 1$ $E_B = 7 + 127 = 134_{10} = 10000110_2$ $M_B = 1.1000110...$ $\Rightarrow 1\ 10000110\ 10001100000000$
---	--

1 \_ Allineamento degli esponenti: poiché gli esponenti sono uguali, non serve allinearli

$$M_A = 1.00100110 \times 2^8$$

$$M_B = 1.10001100 \times 2^7 \Rightarrow 0.11000110 \times 2^8$$

2 \_ Mantisce espresse in complemento a 2: poiché B è un numero negativo, devo complementarlo a 2

$$M_B \text{ negativo quindi lo complemento a 2} \Rightarrow 1.0011101$$

3 \_ Aggiungo il segno alle mantisse

$$M_A = \mathbf{0}1.00100110$$

$$M_B = \mathbf{1}0.11000110$$

4 \_ Sommo mantisse

	0	1	.	0	0	1	0	0	1	1
	1	1	.	0	0	1	1	1	0	1
1	0	0	.	0	1	1	0	0	0	0

$$M_C = 00.0110000 \times 2^8$$

5 \_ Normalizzo

$$M_C = 1.1 \times 2^6$$

**NB:** in questo caso l'1 che appare all'inizio del risultato della somma **NON** rappresenta un overflow. Tale numero infatti viene automaticamente escluso dall'operazione  $\text{mod } 2^n$ , operazioni finale nelle somme in complemento a 2. Tali somme infatti sono definite come:  $(N_1 + (2^n - N_2)) \text{ mod } 2^n$ .

### Risultato

$$S_C = 0$$

$$E_C = 6 + 127 = 133_{10} = 10000101_2$$

$$M = 1000...0$$

### Esercizio 2

$$A = 2.154 \times 8^2 = 215.4_8 = 2 \times 8^2 + 1 \times 8 + 5 + 4 \times 8^{-1} = 128 + 8 + 5 + 0.5 = 141,5_{10}$$

$$B = -3.572 \times 8^2 = -357.2_8 = -(3 \times 8^2 + 5 \times 8 + 7 + 2 \times 8^{-1}) = -(192 + 40 + 7 + 0,35) = -239,25_{10}$$

$$A = 141,5_{10} = 10001101,1_2$$

$$S_A = 0$$

$$M_A = 1,00011011$$

$$E_A = 127 + 7 = 134_{10} = 10000110_2$$

Quindi A = 0 10000110 000110110000000000000000

$$B = -239.25_{10} = 11101111,01_2$$

$$S_B = 1$$

$$M_B = 1,110111101$$

$$E_B = 127 + 7 = 134_{10} = 10000110_2$$

Quindi B = 1 10000110 110111101000000000000000

1 \_ Allineamento degli esponenti: poiché gli esponenti sono uguali, non serve allinearli

2 \_ Mantisce espresse in complemento a 2: poiché B è un numero negativo, devo complementarlo a 2

$$MA = 1,000110110$$

$$MB = 0,001000011$$

3 \_ Aggiungo il segno alle mantisse

$$MA = 01,000110110$$

$$MB = 10,001000011$$

4 \_ Somma delle mantisse

0	1	.	0	0	0	1	1	0	1	1	0	+
1	0	.	0	0	1	0	0	0	0	1	1	=
1	1	.	0	0	1	1	1	1	0	0	1	

**NB:** Poiché il segno del risultato della somma è negativo devo complementare a 2

1	1	.	0	0	1	1	1	1	0	0	1	
0	0	.	1	1	0	0	0	0	1	1	0	+
0	0	.	0	0	0	0	0	0	0	0	1	=
0	0	.	1	1	0	0	0	0	1	1	1	x 2 <sup>7</sup>

$$MC = 00,110001111 \times 2^7$$

5 \_ Normalizzazione

$$MC = 1,10000111 \times 2^6$$

**Risultato**

$$S_C = 1$$

$$E_C = 127 + 6 = 133_{10} = 10000101_2$$

$$M_C = 1,10000111$$