

Circuiti Combinatori

Andrea Gasparetto – andrea.gasparetto@unive.it

1 _ Dimostrare che vale la seguente uguaglianza usando le proprietà dell'algebra booleana:

$$A B + \sim A B + A \sim B + \sim A \sim B = 1$$

$$\begin{aligned} A B + \sim A B + A \sim B + \sim A \sim B &= A B + A \sim B + \sim A B + \sim A \sim B && \text{(Commutativa)} \\ &= A (B + \sim B) + \sim A (B + \sim B) && \text{(Distributiva)} \\ &= A (1) + \sim A (1) && \text{(Inverso)} \\ &= A + \sim A && \text{(Identità)} \\ &= 1 && \text{(Inverso)} \end{aligned}$$

2 _ Usare le proprietà dell'algebra booleana per esprimere con il solo operatore NOR la seguente funzione logica:

$$\begin{aligned} \sim A &= A \text{ NOR } 0 & A + B &= (A \text{ NOR } B) \text{ NOR } 1 & AB &= (A \text{ NOR } 0) \text{ NOR } (B \text{ NOR } 0) \\ (A + B)(C + D) & & & & & \\ &= \sim \sim ((A+B)(C+D)) & & & & \text{(Doppia inversione)} \\ &= \sim (\sim(A+B) + \sim(C+D)) & & & & \text{(De Morgan)} \\ &= \sim ((A \text{ NOR } B) + (C \text{ NOR } D)) & & & & \\ &= ((A \text{ NOR } B) \text{ NOR } (C \text{ NOR } D)) & & & & \end{aligned}$$

3 _ Usando le proprietà dell'algebra Booleana scrivere la seguente funzione logica usando solo l'operatore NAND:

$$\begin{aligned} \sim A &= A \text{ NAND } 1 & A + B &= (A \text{ NAND } 1) \text{ NAND } (B \text{ NAND } 1) & AB &= (A \text{ NAND } B) \text{ NAND } 1 \\ \sim (\sim A + \sim B) + \sim (\sim C + \sim D) & & & & & \text{(De Morgan)} \\ &= (\sim \sim A \sim \sim B) + (\sim \sim C + \sim \sim D) & & & & \\ &= AB + CD & & & & \\ &= \sim (\sim (AB + CD)) & & & & \text{(Doppia inversione)} \\ &= \sim (\sim (AB) \sim (CD)) & & & & \text{(De Morgan)} \\ &= \sim ((A \text{ NAND } B) (C \text{ NAND } D)) & & & & \text{(Definizione NAND)} \\ &= (A \text{ NAND } B) \text{ NAND } (C \text{ NAND } D) & & & & \text{(Definizione NAND)} \end{aligned}$$

4 _ Come si ottiene un'equazione logica in forma canonica SP? E PS?

Funzione: $(A + B)(C + D) \rightarrow (A \text{ OR } B) \text{ AND } (C \text{ OR } D)$

Input: ABCD Output: O

Somma di Prodotti (SP)

A	B	C	D	O	Prodotti
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	$\sim A B \sim C D$
0	1	1	0	1	$\sim A B C \sim D$
0	1	1	1	1	$\sim A B C D$
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	1	$A \sim B \sim C D$
1	0	1	0	1	$A \sim B C \sim D$
1	0	1	1	1	$A \sim B C D$
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	1	$A B \sim C D$
1	1	1	0	1	$A B C \sim D$
1	1	1	1	1	$A B C D$

$$= \sim A B \sim C D + \sim A B C \sim D + \sim A B C D + A \sim B \sim C D + A \sim B C \sim D + A \sim B C D + A B \sim C D + A B C \sim D + A B C D$$

Prodotto di Somme (PS)

A	B	C	D	O	Somme
0	0	0	0	0	$A + B + C + D$
0	0	0	1	0	$A + B + C + \sim D$
0	0	1	0	0	$A + B + \sim C + D$
0	0	1	1	0	$A + B + \sim C + \sim D$
0	1	0	0	0	$A + \sim B + C + D$
0	1	0	1	1	
0	1	1	0	1	
0	1	1	1	1	
1	0	0	0	0	$\sim A + B + C + D$
1	0	0	1	1	
1	0	1	0	1	
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	$\sim A + \sim B + C + D$
1	1	0	1	1	
1	1	1	0	1	
1	1	1	1	1	

$$= (A + B + C + D) (A + B + C + \sim D) (A + B + \sim C + D) (A + B + \sim C + \sim D) (A + \sim B + C + D) (\sim A + B + C + D) (\sim A + \sim B + C + D)$$

5 _ Mappe di Karnaugh

Minimizzare la funzione rappresentata dalla seguente mappa di Karnaugh

	AB	00	01	11	10
CD					
00					
01			1	1	1
11			1	1	1
10			1	1	1

Rettangolo Nord-Ovest (Verde)

- A assume valore 0 e 1 -> DON'T CARE
- C assume valore 0 e 1 -> DON'T CARE
- BD

Rettangolo Nord-Est (Rosso)

- B assume valore 0 e 1 -> DON'T CARE
- C assume valore 0 e 1 -> DON'T CARE
- AD

Rettangolo Sud-Ovest (Blu)

- A assume valore 0 e 1 -> DON'T CARE
- D assume valore 0 e 1 -> DON'T CARE
- BC

Rettangolo Sud-Est (Giallo)

- B assume valore 0 e 1 -> DON'T CARE
- D assume valore 0 e 1 -> DON'T CARE
- AC

$$O = BD + AD + BC + AC$$

6 _ Esercizio riassuntivo

Dato $Y = y_3 y_2 y_1 y_0$ numero binario a 4 cifre, si considerino le seguenti funzioni:

- E_1 è vera se Y contiene un numero di '1' maggiore o uguale a 2, falsa altrimenti;
- E_2 è vera se Y , numero in complemento a due, è minore o uguale di -2, falsa altrimenti;
- E_3 è vera se Y , numero senza segno, è tale che $1 \leq Y \leq 6$, falsa altrimenti.

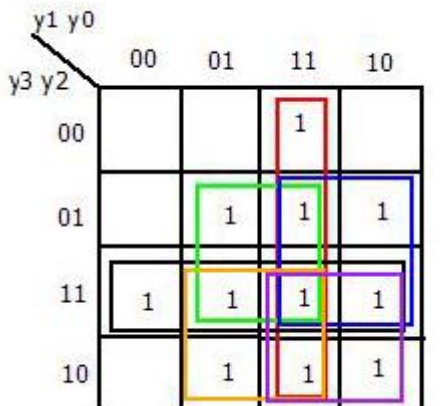
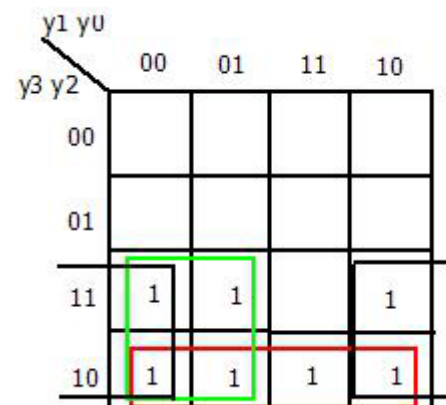
Si richiede di:

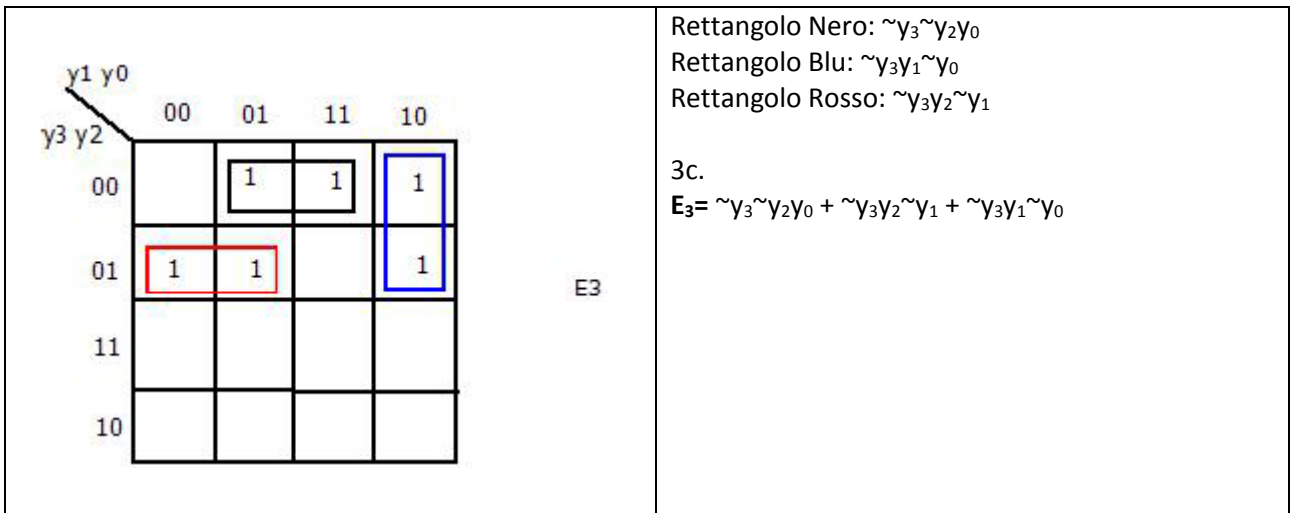
1. Scrivere la tabella di verità;
2. disegnare le mappe di Karnaugh delle funzioni;
3. ricavare le equazioni minime in forma SP;
4. disegnare i circuiti corrispondenti.

1.

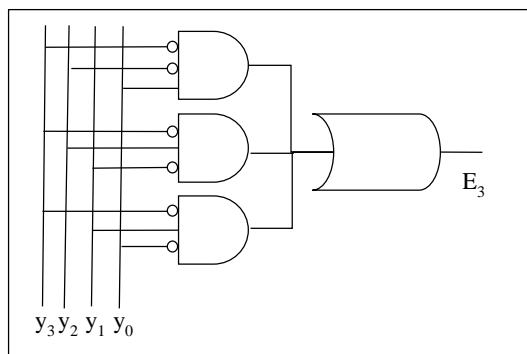
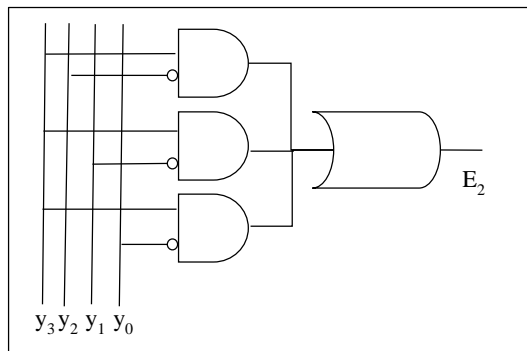
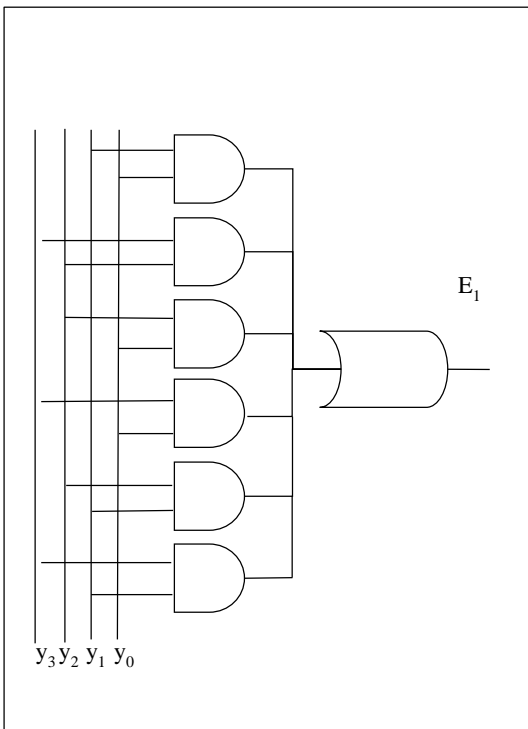
y_3	y_2	y_1	y_0	E_1	E_2	E_3
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0	0

2.

 <p style="text-align: center;">E1</p>	<p> Rettangolo Rosso: y_1y_0 Rettangolo Verde: y_2y_0 Rettangolo Blu: y_2y_1 Rettangolo Nero: y_3y_2 Rettangolo Arancione: y_3y_0 Rettangolo Viola: y_3y_1 </p> <p>3a.</p> $E_1 = y_1y_0 + y_3y_2 + y_2y_0 + y_3y_0 + y_2y_1 + y_3y_1$
 <p style="text-align: center;">E2</p>	<p> Rettangolo Nero: $y_3\sim y_0$ Rettangolo Verde: $y_3\sim y_1$ Rettangolo Rosso: $y_3\sim y_2$ </p> <p>3b.</p> $E_2 = y_3\sim y_2 + y_3\sim y_1 + y_3\sim y_0$



4.



7 _ Esercizio

Progettare una Rete Combinatoria a 3 ingressi (A, B e C) e 1 uscita (Y).

L'uscita Y=A SSE C=0 e Y=B SSE C=1.

Utilizzare SP e AOI (And, Or, Invert (Not)).

Utilizzare PS e AOI.

A	B	C	Y	SP
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	1	$\sim ABC$
1	0	0	1	$A\sim B\sim C$
1	0	1	0	
1	1	0	1	$AB\sim C$
1	1	1	1	ABC

$$Y = \sim ABC + A\sim B\sim C + AB\sim C + ABC$$

Minimizzazione

AB C	00	01	11	10
0			1	1
1		1	1	

$$Y = A\sim C + BC$$

Verifica

$$\begin{aligned} \sim ABC + A\sim B\sim C + AB\sim C + ABC &= A\sim C(B + \sim B) + BC(\sim A + A) && \text{(Distributiva)} \\ &= A\sim C + BC \end{aligned}$$

A	B	C	Y	PS
0	0	0	0	$A + B + C$
0	0	1	0	$A + B + \sim C$
0	1	0	0	$A + \sim B + C$
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	0	$\sim A + B + \sim C$
1	1	0	1	
1	1	1	1	

$$Y = (A + B + C)(A + B + \sim C)(A + \sim B + C)(\sim A + B + \sim C)$$

Minimizzazione

AB C	00	01	11	10
0	0	0		
1	0			0

$$Y = (A + C)(B + \sim C)$$

8_Esercizio Multiplexer

Tabella di verità da utilizzare

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

