

Esercizi di calcolo combinatorio

1. In quanti modi diversi possono sedersi 6 persone nei 6 posti di uno scompartimento ferroviario?

Per determinare tutte le possibili configurazioni occorre calcolare in quanti modi è possibile disporre 6 elementi distinti in sequenze di 6 elementi. Questo numero è pari al numero di permutazioni semplici di 6 elementi distinti:

$$P_6 = 6! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 720$$

2. In una società vi sono 50 soci fra i quali devono essere scelti un presidente, un vice-presidente e un segretario. In quanti modi diversi è possibile effettuare la scelta?

Il numero di possibili scelte è dato dalle disposizioni semplici di classe $k=3$ su un insieme di $n=50$ elementi:

$$D_{50;3} = 50 * 49 * 48 = 117600$$

3. Tra tutti i numeri di 3 cifre, tutte dispari e diverse fra loro, quanti sono i multipli di 5?

L'insieme delle cifre dispari è $A=\{1,3,5,7,9\}$. Dato che le cifre del numero devono essere tutte distinte, la cifra 5 può essere soltanto disposta più a destra nel numero e non più ripetuta. Pertanto, per le 2 cifre più a sinistra rimanenti il numero di possibili configurazioni è dato dalle disposizioni semplici di $k=2$ su un insieme di $n=|A|-1=4$ elementi:

$$D_{4;2} = 4 * 3 = 12$$

4. 12 amici, dopo aver partecipato ad una cena, si salutano e ognuno stringe la mano a tutti gli altri. Quante sono le strette di mano?

Il numero di strette di mano equivale al numero di sotto-insiemi distinti di 2 elementi (non vi sono ripetizioni, poichè nessuno stringe la mano a se stesso) che possiamo formare da un insieme di 12 elementi, cioè le combinazioni semplici di classe $k=2$ di $n=12$ elementi:

$$C_{n;k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k!} = 66$$

5. Qual'è il numero massimo di termini che puo' comparire in un polinomio omogeneo di terzo grado nelle variabili **x,y,z,t**?

Un polinomio è detto omogeneo quando il grado di tutti i suoi termini (monomi) sono dello stesso grado. Il grado di un monomio è la somma degli esponenti delle sue incognite.

Esempio:

$xyz + x^3 + xt^2$ è un polinomio omogeneo di grado 3.

Il polinomio che stiamo cercando dovrà contenere tutte le possibili combinazioni (anche con ripetizioni) di 3 incognite su un insieme di 4 incognite. Questo numero è pari alle combinazioni con ripetizione di $n=|\{x,y,z,t\}|=4$ oggetti di classe $k=3$:

$$C'_{n;k} = \binom{n+k-1}{k} = \binom{4+3-1}{3} = 20$$