

Matematica Discreta

Seconda parte - BBBBBB
20 dicembre 2011

Nome e Cognome:

Numero Matricola:

Giustificare ogni risposta.

Esercizio 1

Siano $A = \{a, b, c, d, e\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ insiemi. Determinare quante sono

- (i) le funzioni iniettive $f : B \rightarrow A$ tali che $f(2) = a$ e $f(3) = b$;
- (ii) le funzioni surgettivi $f : B \rightarrow A$;
- (iii) le funzioni $f : B \rightarrow A$ per cui $f(1) = f(2) = e$.

Soluzione

- (i) Il numero di funzioni iniettive $f : B \rightarrow A$ che soddisfano la condizione $f(2) = a$ e $f(3) = b$ e' pari al numero di funzioni iniettive dall'insieme $B - \{2, 3\} = \{1, 4, 5\}$ nell'insieme $A - \{a, b\} = \{c, d, e\}$. Quindi in totale sono $3! = 6$.
- (ii) Poiche' A e B hanno la stessa cardinalità, per coprire tutti gli elementi di A ho bisogno esattamente di tutti gli elementi di B . Quindi il numero di funzioni surgettive e' uguale al numero di funzioni iniettive: 5!
- (iii) Supponiamo che $f(1) = f(2) = e$. Per avere una funzione di dominio B dobbiamo determinare i valori $f(3), f(4), f(5)$. Per ciascuno di questi abbiamo 5 possibilità. Quindi in totale abbiamo $5^3 = 125$ funzioni $f : B \rightarrow A$ per cui $f(1) = f(2) = e$.

Esercizio 2

- (i) Si vuole costituire un comitato di 5 membri scelti tra 10 persone. Quanti differenti comitati si possono formare?
- (ii) Si svolge una gara podistica alle olimpiadi. Quanti possibili podi si possono avere se i partecipanti alla gara sono 10?
- (iii) Un'urna contiene 15 palline numerate da 1 a 15. Si eseguono 4 estrazioni. Determinare quanti sono i risultati che si possono ottenere come risultato delle 4 estrazioni supponendo di NON rimettere, dopo ogni estrazione, la pallina nell'urna e non considerando l'ordine di estrazione.

Soluzione

- (i) L'ordine dei componenti del comitato non e' importante. Quindi utilizziamo la figura combinatoria delle combinazioni semplici. In totale, $(10 \text{ su } 5)$.
- (ii) Abbiamo 10 possibilità per il primo posto, 9 per il secondo posto e 8 possibilità per il terzo posto. In totale $10 \times 9 \times 8$.
- (iii) Combinazioni semplici: $(15 \text{ su } 4)$.

Esercizio 3

Si determini qual'e' il resto della divisione di $(144)^{78}$ per 11.

Soluzione

$144 = 12^2 \equiv 1^2 = 1$ modulo 11. Quindi $(144)^{78} \equiv 1^{78} = 1$ modulo 11.

Esercizio 4

Si determino x e y , se esistono, tali che $8x + 47y = 1$. Perché non esistono x e y tali che $27x + 42y = 1$?

Soluzione

8 e 47 sono coprimi. Quindi esistono x e y tali che $8x + 47y = 1$. Per il calcolo si utilizza l'algoritmo di Euclide per il calcolo del MCD. In questo caso semplice, x e y si trovano subito: $x = 6$ e $y = -1$.

27 e 42 non sono coprimi (3 divide entrambi i numeri). Quindi non esistono x e y interi tali che $27x + 42y = 1$.