

COMPITINO DI MATEMATICA DISCRETA PARTE I

12 Febbraio 2009

Cognome e Nome (a stampatello):

Numero di Matricola:

1. Sia $\{5, 15\} \subseteq \mathbb{N}_0$ un sottoinsieme finito dei numeri naturali. Definire una proprietà P tale che $\{5, 15\} = \{x : x \text{ soddisfa } P\}$.
2. Sia X un insieme. Dimostrare che per tutti i sottoinsiemi A, B di X vale la seguente proprietà: $A \cup (A \cap B) = A$.
3. Definire l'usuale ordinamento sui numeri naturali e successivamente provare la proprietà transitiva di tale ordinamento.
4. Formalizzare la seguente frase in linguaggio naturale: "Miriam ammira qualche professore".
5. Dimostrare per induzione che $n^2 \geq n + 1$ per ogni numero naturale $n \geq 2$.
6. Verificare se la funzione $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$, definita da
$$f(x) = \begin{cases} x & \text{Se } x \text{ e' pari} \\ x + 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
è iniettiva e surgettiva.
7. Sia $A = \{a, b\}$ un alfabeto finito. Si definisca una funzione iniettiva dall'insieme dei numeri naturali all'insieme A^* delle stringhe su A .
8. Si definisca una relazione di equivalenza sull'insieme dei numeri naturali con infinite classi di equivalenza.
9. Sia A un insieme finito di cardinalità $n \geq 3$. Si determini il numero di sottoinsiemi di A di cardinalità 3. Giustificare la risposta.
10. Si dimostri che $k \binom{n}{k} = (n - k + 1) \binom{n}{k-1}$.