

# COMPITO DI LOGICA

## 9 Giugno 2009

1. Si consideri un linguaggio del primo ordine con una costante  $0$  ed un predicato binario  $R$ . Esprimere formalmente le seguenti frasi:
  - a. La relazione  $R$  e' transitiva ma non riflessiva.
  - b. Esistono esattamente due elementi  $x$  tali che  $0Rx$ .
2. Sia  $\mathcal{L}_{Ar} = \{+, *, 0, 1\}$  il linguaggio dell'aritmetica. Definire due modelli del primo ordine di  $\mathcal{L}_{Ar}$  che abbiano come universo rispettivamente
  - a. L'insieme  $\{a, b, c, d\}$ .
  - b. L'insieme dei numeri reali.

Si scriva poi un enunciato vero nel primo modello e falso nel secondo.
3. Si descriva il teorema di completezza della logica del primo ordine.
4. Verificare con il metodo dei tableaux se i seguenti enunciati sono verita' logiche
  - a.  $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$ ;
  - b.  $(\neg A \rightarrow A) \vee A$ .