

# COMPITO DI LOGICA

## 20 Gennaio 2009

1. Si consideri l'insieme  $\mathbb{N}$  dei numeri naturali ed il linguaggio usuale dell'aritmetica. Esprimere formalmente le seguenti frasi:
  - a. Ogni numero primo e' pari.
  - b.  $x$  e  $y$  hanno un divisore comune diverso da 1.
  - c. Soltanto il numero 0 e' maggiore di qualche numero.
2. Sia  $\mathcal{L}_{Ar} = \{+, *, 0, 1\}$  il linguaggio dell'aritmetica. Definire due modelli del primo ordine di  $\mathcal{L}_{Ar}$  che abbiano come universo rispettivamente
  - a. L'insieme delle stringhe  $A^*$  sull'alfabeto  $A = \{a\}$  costituito da un solo carattere.
  - b. L'insieme  $\{0, 1, 2\}$ .

Si scriva poi un enunciato vero nel primo modello e falso nel secondo.
3. Sia  $\mathbb{N}_{Ar}$  il modello standard ell'aritmetica e si supponga di conoscere che i programmi logici del primo ordine ("fol-programs") costituiscano un linguaggio di programmazione universale. Dimostrare che la teoria  $Th(\mathbb{N}_{Ar})$  di tale modello, che costituisce l'insieme delle verita' aritmetiche, non e' ricorsivamente enumerabile.
4. Verificare con il metodo dei tableaux se i seguenti enunciati sono verita' logiche
  - a.  $(A \rightarrow B) \vee (\neg A \rightarrow \neg B)$ ;
  - b.  $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$ .