

COMPITO DI LOGICA

11 Febbraio 2009

1. Si consideri l'insieme \mathbb{N} dei numeri naturali ed il linguaggio usuale dell'aritmetica $\mathcal{L}_{Ar} = \{+, *, 0, 1\}$ con l'uguaglianza come unico predicato. Esprimere formalmente le seguenti frasi:
 - a. Esistono esattamente due numeri naturali.
 - b. I multipli di un numero naturale non sono pari.
 - c. 2 e' un multiplo di ogni numero dispari.
2. Si consideri un linguaggio \mathcal{L} del primo ordine costituito da un predicato binario R ed una costante m .
 - a. Si definisca un modello \mathcal{M} del primo ordine per il linguaggio \mathcal{L} che abbia un universo infinito.
 - b. Si definisca un modello \mathcal{N} del primo ordine per il linguaggio \mathcal{L} che abbia un universo finito.
 - c. Si scriva un enunciato che e' vero nel primo modello \mathcal{M} e falso nel secondo \mathcal{N} .
3. Si esponga l'argomento diagonale e poi lo si applichi al paradosso di Russel oppure al problema della fermata.
4. Verificare con il metodo dei tableaux se i seguenti enunciati sono verita' logiche
 - a. $(\forall xA \rightarrow \forall xB) \rightarrow \forall x(A \rightarrow B)$;
 - b. $\exists y(C(y) \rightarrow \forall xC(x))$.

Almeno uno dei due precedenti enunciati non e' una verita' logica. Per tale enunciato trovare un modello del primo ordine che lo rende vero ed un modello del primo ordine che lo rende falso.