

**Soluzioni degli esercizi delle prove di Matematica Discreta (12 crediti),
Matematica Discreta (6 crediti-Teoria dei grafi), Strutture discrete
(6 crediti, vecchio ordinamento) del 15-02-2010.**

**Matematica Discreta (12 crediti)
(II parte)**

Es. 1 Si considerino i sottoinsiemi $A=\{3,6,9,12,15,18,21,24\}$ $B=\{1,4,7,10,13,16,19,22,25\}$
 $C=\{2,5,8,11,14,17,20,23\}$ di $S=\{1, 2, \dots, 24, 25\}$. Chiaramente $A \cup B \cup C = S$ e
 $A \cap B \cap C = \emptyset$, cosicchè $\{A, B, C\}$ è una partizione di S . Si provi che la relazione di
equivalenza \sim associata a tale partizione è la seguente: $a \sim b \Leftrightarrow$ danno lo stesso resto
quando vengono divisi per 3.

Soluzione: Le classi di equivalenza determinate da \sim sono gli elementi della partizione data, e cioè
 A, B, C . Gli elementi di A se divisi per 3 danno lo stesso resto. Così anche gli elementi
di B e C .

Es. 2 Sia $G=(V,E)$ un grafo ove $V=\{0, 1, \dots, 2001\}$, ed $E=\{\{x,y\} \mid x,y \in V, x \neq y, x \equiv y \pmod{5} \text{ e } x \equiv y \pmod{7}\}$. Quante sono le componenti connesse di G ?

Soluzione: Sia X la componente connessa di G contenente il vertice x di G . Sia y un altro vertice di
 G che sta in X . Allora $y - x$ è un multiplo sia di 5 che di 7. Poiché 5 e 7 sono coprimi, ne segue che
 $y - x$ è multiplo di $(7)(5)=35$. Pertanto $y \equiv x \pmod{35}$. Viceversa, se $y \equiv x \pmod{35}$, allora $y \equiv x \pmod{5}$
e $y \equiv x \pmod{7}$. Ne segue che $X=[x] \cap V$, dunque le componenti connesse di G sono esattamente 35.