

# Linguaggio Quotidiano: Esercizi\*

mace@dsi.unive.it

19 novembre 2007

## 1 Logica proposizionale

**Esercizio 1.** Quale delle formule sotto rappresenta la proposizione “Vengo domattina o domani sera; nel primo caso mi fermo a pranzo”.

$P$  : “Vengo domattina”  
 $Q$  : “Vengo domani sera”  
 $R$  : “Mi fermo a pranzo”

1.  $\neg P \rightarrow (Q \vee R)$
2.  $(P \vee Q) \rightarrow R$
3.  $(P \rightarrow Q) \wedge (P \vee R)$
4.  $(P \vee \neg Q) \rightarrow R$
5.  $(P \vee Q) \wedge (P \rightarrow R)$

**Esercizio 2.** Quale delle formule sotto rappresenta la proposizione “Se Alma parte alle Maldive, allora ha venduto la sua automobile, o non ha pagato l’assicurazione”

$P$  : “Alma parte alle Maldive”  
 $Q$  : “Alma ha venduto la sua automobile”  
 $R$  : “Alma non ha pagato l’assicurazione”

1.  $\neg P \rightarrow Q$
2.  $P \rightarrow (Q \vee R)$
3.  $(P \rightarrow Q) \vee \neg R$
4.  $P \rightarrow (Q \vee \neg R)$
5.  $(P \vee Q) \rightarrow \neg R$
6. nessuna.

**Esercizio 3.** Quale delle formule sotto rappresenta la proposizione “Il costo della vita cresce, e se anche il tasso di interesse sale, ci sarà crisi”, con l’ovvia scelta di  $P, Q, R$ .

---

\*Queste note sono una revisione degli appunti scritti da Claudia Faggian per il corso di Logica Matematica presso l’Università di Padova, a.a.2005/2006.

1.  $(P \wedge Q) \rightarrow R$
2.  $P \wedge (Q \rightarrow R)$
3.  $P \rightarrow (Q \wedge R)$
4.  $(P \rightarrow Q) \vee R$
5.  $P \wedge Q \wedge R$
6. nessuna

## 2 Logica predicativa

**Esercizio 4.** Assumiamo i seguenti simboli di costanti e predicati:

$u$ : <i>Ungaretti</i>	$W(x, y)$ : “ <i>x ha scritto y</i> ”
$l$ : <i>Leopardi</i>	$B(x, y)$ : “ <i>x è più breve di y</i> ”
$m$ : <i>Mattino</i>	$P(x)$ : “ <i>x è una poesia</i> ”
$f$ : <i>Mio fiume anche tu</i>	
$i$ : <i>Infinito</i>	

1. Quale delle formule sotto rappresenta la proposizione “*Ungaretti ha scritto una poesia più breve di qualunque poesia di Leopardi.*”
  - (a)  $\forall x(W(u, x) \rightarrow B(x, l))$
  - (b)  $\forall x \exists x( B(x, y) \rightarrow (W(u, y) \wedge W(l, x)) )$
  - (c)  $\forall x \forall y( (W(u, x) \wedge W(l, y)) \rightarrow B(x, y) )$
  - (d)  $\exists x( P(x) \wedge W(u, x) \wedge \forall y( (P(y) \wedge W(l, y)) \rightarrow B(x, y) ) )$
  - (e)  $\exists x \forall y( W(u, x) \rightarrow (W(l, y) \wedge B(x, y)) )$
  - (f) nessuna
2. Formalizzare “*Mio fiume anche tu non è più breve di Infinito.*”

**Esercizio 5.** Formalizzare le seguenti proposizioni.

1. “*Nessun essere umano è infallibile. I docenti sono esseri umani. Quindi, nessun docente è infallibile.*”
2. “*Non tutti gli uccelli volano.*”
3. “*Ulisse ha amato un’unica donna.*”
4. “*Ogni bambino è più giovane di sua madre.*”
5. “*Alice e Bob hanno la stessa nonna materna.*”
6. “*Solo un super-eroe può salvare il mondo.*”
7. “*Solo SuperPippo può salvare il mondo.*”
8. “*Di mamme ce n’è una sola.*”
  - Verificare formalmente se 5.1 è corretta.
  - Dalle proposizioni 5.6 e 5.7 possiamo dedurre che “*SuperPippo è un super-eroe*”?

**Esercizio 6.** Formalizzare le seguenti proposizioni, e dire se sono derivabili, specificando in che logica.

1. “Qualcuno sta mangiando e leggendo, qualcuno sta mangiando e guardando la TV, quindi qualcuno sta leggendo e guardando la TV.”
2. “Ognuno ama qualcuno, quindi qualcuno è amato da tutti.”

**Esercizio 7** (1, 2, 3, ...). Formalizzate le seguenti proposizioni.

- “ $P$  è soddisfatto da un solo elemento” (Il corso ha un docente)
- “ $P$  è soddisfatto esattamente da due elementi” (La casa propone due primi piatti)
- “ $P$  è soddisfatto esattamente da tre elementi”...

**Importante:** a volte è utile scomporre le affermazioni precedenti in due affermazioni:

- 1. “esiste almeno un elemento” (il corso ha almeno un docente):  $\exists x P(x)$
- 2. “esiste al più un elemento” (il corso ha al più un docente):  $\forall x \forall y ( (P(x) \wedge P(y)) \rightarrow (x = y) )$
- Dimostrate che la congiunzione delle due formule al punto precedente è equivalente a

$$\exists x ( P(x) \wedge \forall y (P(y) \rightarrow x = y) )$$

- 1. “ci sono almeno due primi piatti (ci sono almeno due elementi)
- 2. “ci sono al più due primi piatti (ci sono al più due elementi)

### 3 Alcune proposizioni per riflettere (G. Sambin)

1. Bruno va al cinema quando la sera è freddo ed i bar sono chiusi. Stasera è caldo e Bruno è al cinema, quindi i bar sono chiusi.
2. Il regolamento di una mensa scolastica dice: “Il giorno dopo aver mangiato minestra, si mangia pastasciutta.” Oggi s’è mangiato pastasciutta, quindi ieri s’è mangiato minestra, e domani pure toccherà.

Spiegare come è possibile che il regolamento sia soddisfatto anche se in dispensa ci sono solo spaghetti.

3. A: *Fammi sapere per tempo quando vieni, così ti preparo il pasticcio che ti piace.*

B: *Vengo domani o dopodomani, di sicuro. Se ti telefono stasera, vuol dire che vengo domani. Se vengo dopodomani, te lo faccio sapere domani.*

La mattina dopo, A: *Non mi ha chiamato. Quindi posso preparare il pasticcio domani.*

È giusta la deduzione di A? Potrebbe B esprimersi meglio?

4. “Se è giorno, fa chiaro; ora è notte, quindi non fa chiaro” (Hegel)

“Se è giorno, fa chiaro; ora è notte, quindi non è giorno” (Diogene Laerzio)

Chi dei due ha ragione? In che situazione si può vedere la differenza? Con che assunzione sono equivalenti? Dare una giustificazione formale di tutte le risposte.

5. Bianchi, Rossi e Neri sono sospettati di terrorismo. Le testimonianze rese sono:

Rossi è terrorista, Neri no.

Se Bianchi è terrorista, allora anche Neri

Neri non e’ un terrorista, ma almeno uno degli altri due sì.

È possibile che tutte le testimonianze siano vere? In tal caso, chi è terrorista e chi no? (Sugg: scrivere un'unica formula, e dire se è soddisfacibile).

6. Siano  $a$  per Antonio e  $b$  per Bruno. Sia  $F(x, y) : "x \text{ è figlio di } y."$  Specificando quali ambiguità vanno chiarite:
- (a) scrivere formalmente che Antonio è cugino del padre di Bruno;
  - (b) scrivere formalmente che Antonio è il figlio unico del padre di Bruno, e dimostrare formalmente che questo implica che Antonio e Bruno sono la stessa persona;
  - (c) supponendo che  $\exists z \exists w \exists t (F(w, z) \wedge (F(w, a) \wedge F(t, z) \wedge F(t, b)))$  sia vera, dire di che sesso dev'essere la  $z$  che esiste. Esprimere a parole che relazione vale in tal caso tra Antonio e Bruno.