

Cognome:		Nome:					Matricola:									
Ex 1		Ex 2			Ex 3			Ex 4					Ex 5			Totale
a.	b.	a.	b.	c.	a.	b.	c.	a.	b.	c.	d.	e.	a.	b.	c.	

Esercizio 1.

Sia $G = (V, E)$ grafo non orientato e connesso, con $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ funzione peso. Sia T un MST di G .

- [3pt] Provare che T è un MST di G anche con la funzione peso w' ottenuta incrementando w di una costante $c \in \mathbb{R}$, ovvero $w'(u, v) = w(u, v) + c$ per ogni $(u, v) \in E$.
- [4pt] Provare che T contiene almeno un arco di peso minimo.

Esercizio 2.

Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato e pesato, tale che $|E| < |V| - 1$.

- [1pt] Il grafo G è connesso?
- [3pt] Determinare l'output prodotto dagli algoritmi di *Prim* e *Kruskal* su G .
- [2pt] Studiare la complessità su G dei due algoritmi menzionati.

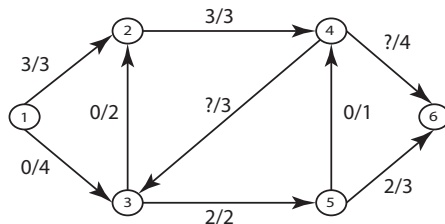
Esercizio 3.

Si consideri l'algoritmo di *Floyd Warshall* che risolve il problema dei cammini minimi tra tutte le coppie di vertici di un grafo pesato senza cicli negativi.

- [4pt] Derivare la formula ricorsiva utilizzata.
- [1pt] Discutere la complessità computazionale.
- [2pt] Discutere lo spazio occupato in memoria.

Esercizio 4.

Si consideri la seguente rete di flusso, con sorgente 1 e pozzo 6, sulla quale è già definito il flusso f . Ogni arco è etichettato come *flusso/capacità* e i flussi negativi sono implicitamente assunti.



- [1pt] Determinare i valori $f(4, 3)$ e $f(4, 6)$.
- [1pt] Determinare la rete residua relativa al flusso dato.
- [1pt] Determinare, se esiste, un cammino aumentante.
- [1pt] In caso positivo, determinare la massima quantità di flusso spedibile su tale cammino e aggiornare il flusso.
- [2pt] Il flusso f è massimo? Nel caso si sia aggiornato f , il flusso trovato è massimo?

Esercizio 5.

Si considerino le classi di complessità per problemi di decisione. Stabilire la verità o la falsità delle seguenti affermazioni.

- [2pt] $P \subseteq NP$.
- [2pt] Sia $\mathcal{P}_1 \in NP$ e $\mathcal{P}_2 \in P$. Se \mathcal{P}_2 si riduce in tempo polinomiale a \mathcal{P}_1 , allora $\mathcal{P}_1 \in P$.
- [2pt] Sia $\mathcal{P}_1 \in NP$ e $\mathcal{P}_2 \in NPC$. Se \mathcal{P}_2 si riduce in tempo polinomiale a \mathcal{P}_1 , allora $\mathcal{P}_1 \in NPC$.